

МРНТИ 73.01.11

<https://doi.org/10.26577/be155120267>**В.Е. Галяндин<sup>1\*</sup>**, **Ж.К. Кегенбеков<sup>2</sup>**<sup>1</sup>Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан<sup>2</sup>Казахстанско-Немецкий университет, Алматы, Казахстан\*e-mail: [galyandin\\_vladislav1@live.kaznu.kz](mailto:galyandin_vladislav1@live.kaznu.kz)

## ЦИФРОВАЯ МОДЕЛЬ МУРАВЬИНОГО АЛГОРИТМА В МАТЛАВ ДЛЯ ОНЛАЙН-ДОСТАВКИ В Г. АЛМАТЫ

В условиях стремительного роста онлайн-торговли и логистических нагрузок на доставку последней мили поиск эффективных алгоритмов маршрутизации становится особенно актуальным. Для мегаполисов с плотным трафиком и сложным рельефом, например, Алматы, классические методы планирования часто оказываются недостаточно гибкими. В данной статье представлена цифровая реализация муравьиного алгоритма (Ant Colony Optimization) в среде MATLAB для того, чтобы оптимизировать маршруты онлайн-доставки розничной сети Magnum Cash&Carry в городе Алматы. Модель включает 10, 20 и 30 адресов доставки, реальные координаты которых были собраны с использованием сервиса Яндекс.Карты. Исследование показало, что муравьиный алгоритм успешно находит квазиоптимальные маршруты при сравнительно малом числе итераций. Алгоритм реализован в среде MATLAB и позволяет в интерактивном режиме визуализировать процесс оптимизации маршрутов. Этот процесс включает обновление феромонных следов, вероятностный выбор следующего узла и динамику снижения длины маршрута. Статистический анализ серии из 30 независимых прогонов подтвердил высокую робастность и сходимость алгоритма. Он показал полную воспроизводимость оптимального результата для задач малой размерности. Продемонстрировано, что «муравьиный алгоритм» способен эффективно решать задачу коммивояжера при увеличении количества точек. Алгоритм обеспечивает стабильное снижение общей длины маршрута на каждой итерации. Также проведено сравнение результатов с данными, которые были получены в системе OSRM (Open Source Routing Machine). Анализ подтвердил, что сгенерированная топология маршрутов логистически корректна не содержит петлеобразных возвратов и учитывает коэффициент непрямолинейности городских дорог. Это доказывает пригодность алгоритма для практического использования в логистике последней мили. Работа иллюстрирует огромный потенциал применения методов биоинспирированной оптимизации в цифровой и «зеленой» логистике для минимизации транспортных издержек и экологического воздействия.

**Ключевые слова:** муравьиный алгоритм, оптимизация маршрутов, онлайн-доставка, задача коммивояжера, доставка на последней миле.

V.E. Galyandin<sup>1\*</sup>, Z.K. Kegenbekov<sup>2</sup><sup>1</sup>Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan<sup>2</sup>Kazakh-German University, Almaty, Kazakhstan\*e-mail: [galyandin\\_vladislav1@live.kaznu.kz](mailto:galyandin_vladislav1@live.kaznu.kz)

### Digital Model of Ant Algorithm in MATLAB for Online Delivery in Almaty City

In the context of the rapid growth of e-commerce and increasing logistical pressure on last-mile delivery, the search for effective routing algorithms is becoming particularly relevant. In megacities with dense traffic and complex terrain, such as Almaty, classical planning methods often prove to be insufficiently flexible. This article presents a digital implementation of the Ant Colony Optimization (ACO) algorithm in the MATLAB environment to optimize online delivery routes for the Magnum Cash&Carry retail chain in the city of Almaty. The model includes 10, 20, and 30 delivery addresses whose real coordinates were collected using the Yandex Maps service. The study demonstrates that the ant colony algorithm successfully identifies quasi-optimal routes with a relatively small number of iterations. The algorithm is implemented in MATLAB and allows interactive visualization of the route optimization process. This process includes pheromone trail updates, probabilistic selection of the next node, and the dynamics of route length reduction. A statistical analysis based on a series of 30 independent runs confirmed the high robustness and convergence of the algorithm. The results showed complete reproducibility of the optimal solution for small-scale problems. It is demonstrated that the ant colony algorithm can effectively solve the traveling salesman problem as the number of points increases. The algorithm

ensures a stable reduction in the total route length at each iteration. Additionally, the obtained results were compared with those generated by the OSRM (Open Source Routing Machine) system. The analysis confirmed that the generated route topology is logistically consistent, contains no looped returns, and accounts for the road detour factor typical of urban street networks. This confirms the suitability of the algorithm for practical application in last-mile logistics. The study illustrates the significant potential of bio-inspired optimization methods in digital and «green» logistics for minimizing transportation costs and environmental impact.

**Keywords:** Ant colony algorithm, route optimization, online delivery, traveling salesman problem, last mile delivery.

В.Е. Галяндин<sup>1\*</sup>, Ж.К. Кегенбеков<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан

<sup>2</sup>Қазақ-Неміс университеті, Алматы, Қазақстан

\*e-mail: galyandin\_vladislav1@live.kaznu.kz

### Алматы қаласында онлайн жеткізу үшін MATLAB-тағы құмырсқа алгоритмінің цифрлық моделі

Электрондық сауданың қарқынды өсуі және соңғы милядағы жеткізілімге түсетін логистикалық жүктеменің артуы жағдайында тиімді маршруттау алгоритмдерін іздеу ерекше өзектілікке ие болып отыр. Көлік қозғалысы тығыз және рельефі күрделі мегаполистерде, мысалы, Алматы қаласында, жоспарлаудың классикалық әдістері көбіне жеткілікті икемді болмайды. Осы мақалада Алматы қаласындағы Magnum Cash&Carry бөлшек сауда желісінің онлайн-жеткізу маршруттарын оңтайландыру мақсатында Ant Colony Optimization (муравьиный алгоритм) алгоритмінің MATLAB ортасындағы цифрлық жүзеге асырылуы ұсынылады. Модельге Яндекс.Карталар сервисінің көмегімен жиналған нақты координаттары бар 10, 20 және 30 жеткізу мекенжайы енгізілді. Зерттеу нәтижелері муравьиный алгоритмнің салыстырмалы түрде аз итерациялар санында квазиоптималды маршруттарды таба алатынын көрсетті. Алгоритм MATLAB ортасында жүзеге асырылған және маршруттарды оңтайландыру процесін интерактивті түрде визуализациялауға мүмкіндік береді. Бұл процесс феромондық іздердің жаңартылуын, келесі түйінді ықтималдық арқылы таңдауды және маршрут ұзындығының біртіндеп қысқару динамикасын қамтиды. 30 тәуелсіз іске қосудан тұратын серияға жүргізілген статистикалық талдау алгоритмнің жоғары робасттылығын және жинақталуын растады. Нәтижелер шағын өлшемді есептер үшін оптималды шешімнің толық қайта жаңғыртылуын көрсетті. Муравьиный алгоритм нүктелер саны артқан жағдайда коммивояжер есебін тиімді шешуге қабілетті екендігі дәлелденді. Әр итерацияда маршруттың жалпы ұзындығының тұрақты түрде қысқаруы қамтамасыз етіледі. Сонымен қатар алынған нәтижелер OSRM (Open Source Routing Machine) жүйесінде алынған деректермен салыстырылды. Талдау нәтижелері құрылған маршрут топологиясының логистикалық тұрғыдан дұрыс екенін, ілмек тәрізді қайтулардың жоқтығын және қалалық жолдардың тұзусызықтылықтан ауытқу коэффициентін ескеретінін көрсетті. Бұл алгоритмнің соңғы миля логистикасында практикалық қолдануға жарамды екенін дәлелдейді. Жұмыс көлік шығындарын және қоршаған ортаға түсетін әсерді азайту мақсатында цифрлық және «жасыл» логистикада биоинспириленген оңтайландыру әдістерін қолданудың үлкен әлеуетін көрсетеді.

**Түйін сөздер:** құмырсқалар колониясының алгоритмі, бағытты оңтайландыру, онлайн жеткізу, саяхатшы сатушы мәселесі, соңғы милядағы жеткізу.

## Введение

По данным совместного исследования Strategy& (часть сети PwC) и Ассоциации «Цифровой Казахстан», рынок розничной электронной коммерции в стране в 2023 году продемонстрировал стремительный рост. Общий объем выручки в секторе достиг 2,4 трлн тенге, что на 79% больше по сравнению с предыдущим годом. Такой взрывной рост онлайн-торговли напрямую отразился на логистической отрасли. Например, спрос на услуги курьерской доставки и «последней мили» показал экспоненциальный

рост, а количество заказов только в III квартале 2023 года увеличилось на 59%. Это делает задачу оптимизации маршрутов доставки из теоретической проблемы в критически важный фактор для рентабельности и конкурентоспособности бизнеса, особенно в таких крупных логистических хабах, как Алматы.

Эффективная логистика доставки является ключевым фактором в сфере электронной коммерции, особенно на этапе последней мили. Одной из перспективных технологий в решении задачи маршрутизации является муравьиный алгоритм – метод, вдохновлённый поведением

реальных муравьёв в природе при поиске кратчайшего пути к источнику пищи.

Данная статья направлена на создание и апробацию цифровой модели АСО в MATLAB для построения маршрутов доставки товаров в розничной сети Magnum Cash&Carry, действующей в городе Алматы.

Рост числа доставок в мегаполисах, таких как Алматы, усугубляет экологические проблемы, включая увеличение выбросов CO<sub>2</sub> и шумовое загрязнение. Оптимизация маршрутов с помощью интеллектуальных алгоритмов является одним из ключевых инструментов «зеленой логистики». Сокращение общего пробега не только экономит затраты, но и способствует снижению углеродного следа, что становится важным элементом корпоративной социальной ответственности

Одной из перспективных технологий, применяемых для решения задач маршрутизации транспортных средств, является муравьиный алгоритм (Ant Colony Optimization, ACO) – эвристический метод, основанный на моделировании коллективного поведения колоний муравьёв при поиске кратчайших путей к источникам пищи.

Благодаря способности алгоритма к обучению, самоорганизации и нахождению близких к оптимальному решений в условиях комбинаторной сложности, АСО успешно используется в различных задачах логистики, включая планирование маршрутов, распределение ресурсов и динамическое управление потоками.

Особую актуальность данная задача приобретает для города Алматы – крупнейшего мегаполиса и финансового центра Казахстана. В регионе наблюдается активный переход от классической модели интернет-магазинов к формату Q-commerce (быстрая коммерция). Здесь ключевым конкурентным преимуществом становится скорость доставки (до 30–60 минут), особенно в сегменте e-grocery (доставка продуктов питания).

Однако транспортная сеть города характеризуется высокой плотностью застройки, интенсивностью транспортных потоков и специфическим предгорным рельефом. Всё это делает простые эвристические методы планирования неэффективными. В условиях, когда логистика «последней мили» сталкивается с необходимостью автоматизации учета локальных дорожных условий, требуется применение адаптивных алгоритмов.

Таким образом, объектом исследования является доставка «последней мили» в транспортной системе г. Алматы.

Целью настоящего исследования является адаптация и практическая апробация цифровой модели муравьиного алгоритма для оптимизации маршрутов доставки в условиях реальной городской среды г. Алматы (на примере сети Magnum Cash&Carry). В рамках работы проводится построение модели в среде MATLAB с использованием реальных геоданных, осуществляется верификация результатов через систему OSRM, а также проводится оценка потенциала интеграции метода в бизнес-процессы городской логистики.

### Обзор литературы

Современная онлайн-торговля стремительно развивается, предоставляя потребителям удобство оформления заказов и расширяя географию обслуживания. Однако за виртуальным удобством скрываются серьезные логистические вызовы, особенно на этапе доставки «последней мили» – наиболее затратного и сложного участка цепи поставок. Высокие требования к срокам доставки, индивидуализированный характер заказов и сложная транспортная ситуация в городах делают задачу оптимизации маршрутов одной из ключевых для электронной коммерции.

В условиях мегаполисов, где срочная доставка становится критически важным конкурентным преимуществом, ритейлеры вынуждены внедрять инновационные подходы. В числе таких решений – не только дроны и автономные транспортные средства, но и алгоритмические методы оптимизации, включая эвристические и метаэвристические алгоритмы.

Задача оптимизации маршрутов в контексте доставки на последней миле схожа с задачей коммивояжера (Traveling Salesman Problem, TSP) – NP-полной задачей, решение которой требует экспоненциального времени при росте числа точек (Виноградов, 2018). При этом в условиях реальной логистики количество адресов может достигать сотен, что делает точные методы неэффективными. В таких случаях оправдано использование приближенных методов, в частности – алгоритмов, вдохновленных природой.

Одним из наиболее эффективных методов маршрутизации является муравьиный алгоритм (Ant Colony Optimization, ACO). Фундаментальные принципы данного алгоритма были заложены

ны в работах Марко Дориго (Dorigo & Stützle, 2018). Им было предложено использовать природные механизмы стигмергии – непрямого взаимодействия агентов через окружающую среду – для решения сложных комбинаторных задач. В современной науке данный метод продолжает активно развиваться и адаптироваться.

Например, в направлении работы со сложными средами авторы исследования (Che *et al.*, 2020) предложили гибридный подход, который объединяет АСО с алгоритмом роя частиц (PSO). Исследователи доказали, что такая комбинация позволяет эффективно избегать «ловушек» локальных экстремумов при планировании маршрутов в пространстве с препятствиями. Это критически важно для автономных систем.

В рамках «зеленой логистики» важен вклад других авторов (Ren *et al.*, 2023). Исследователи разработали усовершенствованную версию алгоритма для задач маршрутизации с разделенной доставкой (Split Delivery VRP). За счет внедрения механизмов имитации отжига и табу-поиска авторы смогли добиться минимизации не только транспортных издержек, но и углеродного следа. Это подтвердило эффективность биоинспирированных методов для устойчивого развития.

Также научным сообществом изучаются альтернативные вычислительные парадигмы. В частности, есть исследователи, которые демонстрируют растущий потенциал нейронных сетей для повышения точности аппроксимации решений задачи коммивояжера (Shi & Zhang, 2022).

Другие авторы предлагают использовать квантовые алгоритмы (QAOA), кодируя маршруты через кубиты. Это дает возможность значительно сократить пространство поиска в NP-трудных задачах по сравнению с классическими подходами (Ruan *et al.*, 2020).

Алгоритм АСО включает ряд ключевых параметров: интенсивность феромонного следа, эвристическую привлекательность (обратную расстоянию), коэффициент испарения и константы, влияющие на баланс между исследованием новых маршрутов и эксплуатацией уже известных. Благодаря этому механизму алгоритм демонстрирует высокую адаптивность, устойчивость к изменениям и способность находить квазиоптимальные решения в условиях ограниченного времени (Aggarwal, 2024).

В логистике АСО используется для построения маршрутов доставки с учетом временных окон, дорожной обстановки и других ограниче-

ний. Он особенно эффективен в задачах городской логистики, где классические методы либо не масштабируются, либо требуют чрезмерных вычислительных ресурсов.

Математически алгоритм оперирует следующими компонентами:

- матрицей расстояний между вершинами (городами, точками доставки);
- феромонной матрицей, обновляемой на каждой итерации;
- эвристической функцией (например, обратной расстоянию), отражающей привлекательность перехода;
- вероятностной моделью выбора следующего узла;
- параметрами испарения феромона и влияния эвристики.

Муравьиный алгоритм способен адаптироваться к изменяющимся условиям маршрута, избегать преждевременной сходимости к локальному минимуму и использовать накопленный опыт для усиления перспективных направлений. При этом важную роль играют параметры алгоритма –  $\alpha$  (вес феромона) и  $\beta$  (вес эвристики). Их баланс влияет на эффективность поиска: если  $\beta = 0$ , поведение становится полностью феромонозависимым; если  $\alpha = 0$ , алгоритм действует жадно, полагаясь только на расстояние.

В задачах маршрутизации АСО демонстрирует высокую эффективность при большом количестве точек и ограничениях времени. Он позволяет:

- минимизировать общую длину маршрута;
- учитывать временные окна доставки;
- снижать транспортные издержки;
- адаптироваться к городским условиям и изменяющейся дорожной ситуации.

Хотя муравьиный алгоритм доказал свою эффективность, для решения задачи коммивояжера (TSP) и более общей задачи маршрутизации транспорта (VRP) в научной литературе предложен и ряд других мощных метаэвристических методов. Понимание их сильных и слабых сторон позволяет лучше обосновать выбор АСО для задач логистики последней мили.

Генетические алгоритмы (Genetic Algorithms, GA), подобно АСО, являются биоинспирированными и основаны на принципах естественного отбора. GA оперируют популяцией «особей», где каждая особь представляет собой возможное решение (маршрут). С помощью операторов скрещивания (crossover) и мутации (mutation) алгоритм итерационно улучшает популяцию,

отбирая лучшие решения для следующего поколения.

Основное отличие от АСО заключается в механизме поиска. ГА осуществляют глобальный поиск путем комбинирования частей уже существующих хороших решений, в то время как АСО строит решения последовательно, шаг за шагом, основываясь на коллективной памяти (феромонах).

Исследования показывают, что АСО часто демонстрирует более быструю сходимости к качественным решениям на ранних этапах, тогда как ГА могут быть эффективнее в «перепрыгивании» через локальные оптимумы благодаря оператору мутации, но могут требовать больше времени для тонкой настройки решения.

Метод имитации отжига (Simulated Annealing, SA) – это алгоритм, основанный на физическом процессе отжига металлов. Он начинает поиск с некоторого случайного решения и на каждой итерации пытается найти лучшее решение в его окрестности. Ключевой особенностью SA является то, что он с определенной вероятностью может принять даже худшее решение, что позволяет ему избегать попадания в локальные минимумы.

Эта вероятность контролируется параметром «температуры», который постепенно снижается. В отличие от популяционного подхода АСО, SA работает только с одним решением в каждый момент времени, что делает его проще в реализации. Однако его эффективность сильно зависит от правильного подбора графика снижения температуры, а отсутствие «памяти» о пройденных путях, как у феромонов в АСО, делает его менее адаптивным к динамически изменяющимся условиям, что критично для логистики.

Поиск с запретами (Tabu Search, TS) – это метод, который улучшает локальный поиск путем использования «памяти». Алгоритм исследует окрестность текущего решения и переходит к лучшему соседнему, даже если оно хуже текущего. Чтобы избежать заикливания, недавно посещенные решения или сделанные «ходы» заносятся в специальный «список запретов» (tabu list) на определенное количество итераций. Это отличает его от АСО, где память (феромоны) носит вероятностный и долгосрочный характер, поощряя хорошие пути, а не запрещая плохие. TS часто показывает очень высокую производительность и находит решения, близкие к оптимальным, но может быть более сложным в настройке, так как требует тщательного подбора

размера списка запретов и критериев добавления в него.

Выбор муравьиного алгоритма для данной работы обусловлен его ключевым преимуществом – использованием механизма положительной обратной связи через феромоны. Это делает АСО особенно подходящим для распределенных и динамических задач, таких как логистика последней мили, где информация, полученная одним «агентом» (курьером), может эффективно использоваться другими для коллективного нахождения оптимального решения.

Таким образом, муравьиный алгоритм не только находит приближенные решения задачи коммивояжера, но и решает более сложные прикладные задачи логистики в реальном времени. Это делает его особенно ценным инструментом в логистике последней мили, где важно учитывать как эффективность, так и гибкость маршрутизации.

## Методология

Методологическая основа исследования заключается в разработке цифровой модели муравьиного алгоритма (Ant Colony Optimization, АСО) и её программной реализации в среде MATLAB для решения задачи маршрутизации последней мили – оптимизации доставки заказов по заданному числу адресов в городе Алматы.

Рассматривается задача нахождения оптимального кольцевого маршрута (аналог задачи коммивояжера), минимизирующего суммарное расстояние доставки товаров от распределительного центра к клиентам с последующим возвращением в начальную точку. Дополнительно вводятся ограничения по времени доставки и рабочим часам курьеров.

В основу модели положен классический муравьиный алгоритм с адаптацией под особенности задачи маршрутизации в условиях ограниченного временного окна и фиксированных координат точек доставки. Для этого:

Использованы реальные координаты 10, 20 и 30 адресов в Алматы.

Алгоритм реализован на языке программирования Python.

Реализована функция стоимости маршрута, основанная на длине пути между точками.

Параметры алгоритма: число итераций (MaxIt), количество муравьёв (nAnt), параметры феромона (alpha, beta, rho), константа обновления (Q).

Для верификации результатов использовалась OSRM – открытая платформа маршрутизации на основе геоданных.

Создана структура данных и алгоритмическая реализация АСО в несколько этапов:

1. Моделирование среды:

- С помощью функции CreateModel() формируется матрица расстояний между всеми точками.
- Разрабатывается функция CostFunction, вычисляющая длину маршрута.

2. Инициализация параметров алгоритма:

- Количество муравьёв ( $nAnt$ );
- Число итераций ( $MaxIt$ );
- Константа обновления феромона ( $Q$ );
- Начальный феромон ( $\tau_0$ );
- Весовые коэффициенты влияния феромона ( $\alpha$ ) и эвристики ( $\beta$ );
- Коэффициент испарения феромона ( $\rho$ ).

3. Основной цикл АСО:

- Инициализация случайных маршрутов для всех агентов (муравьёв);
- На каждой итерации каждый муравей строит маршрут на основе вероятностного выбора следующей точки (метод рулетки), учитывая уровень феромона и эвристическую привлекательность;
- После завершения маршрута происходит его оценка;
- Обновляется глобально лучшее решение;
- Проводится испарение феромонов и добавление новых феромонов вдоль пройденных маршрутов.

Ключевые параметры алгоритма ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\rho$ ) оказывают существенное влияние на его работу. Параметр испарения феромона ( $\rho$ ) был установлен на уровне 0.05. Более высокие значения (например, 0.2-0.3) могли бы привести к слишком быстрому «забыванию» хороших путей, а слишком низкие (например, 0.01) – к преждевременной стагнации алгоритма, когда колония застревает на одном из первых найденных субоптимальных маршрутов. Выбранные значения являются компромиссом, обеспечивающим баланс между исследованием новых путей (exploration) и использованием уже найденных (exploitation).

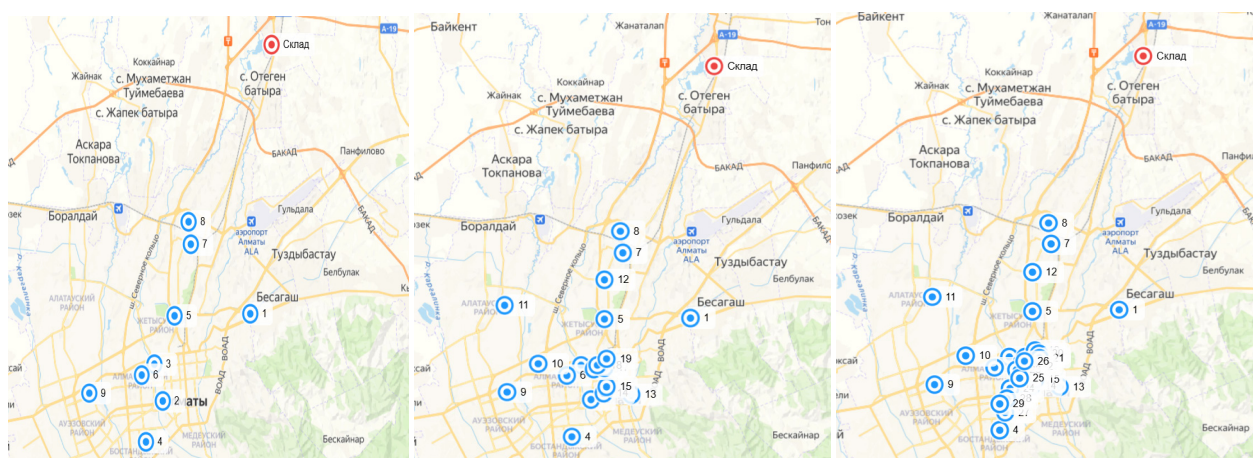
### Результаты и обсуждения

В рамках численного эксперимента муравьиный алгоритм был протестирован на трёх выборках с количеством адресов: 10, 20 и 30. В качестве исходных данных использовались координаты реальных точек доставки по городу Алматы, полученные с помощью Яндекс.Карт. Результаты моделирования представлены графически и таблично.

Координаты точек доставки, а также, предположительно, данные для формирования матрицы расстояний между ними, были извлечены из поисково-информационной картографической службы Яндекс.Карты (Конструктор). На рисунке 1 ниже представлен скриншот карты с обозначением некоторых адресов доставки, используемых для моделирования.

**Рисунок 1**

Адреса доставки в г. Алматы (а – 10 адресов, б – 20 адресов, в – 30 адресов)



*Примечание:* составлен авторами на основе на основе данных сервиса Яндекс.Карты (Яндекс Карты, 2025)

Выбранный массив из 30 точек представляет собой гетерогенную (разрозную) пространственную структуру, характерную для реальных логистических задач e-grocery в условиях мегаполиса.

Географически выбранные адреса охватывают ключевые логистические зоны Алматинской агломерации:

- Точка старта расположена в индустриальной зоне пригорода (с. Байсерке), что соответствует локации основного склада. Включение удаленной точки необходимо для проверки способности алгоритма оптимизировать смешанный маршрут, который состоит из магистрального участка (подъезд к городу) и плотного городского трафика.

- Основной массив точек сосредоточен в административном центре и деловых районах города (Алмалинский, Медеуский и Бостандыкский районы). Эта зона характеризуется высокой плотностью заказов (ритейл, офисы, жилые массивы) и наиболее сложным трафиком.

- Периферийные направления. Включают удаленные адреса в Турксибском и Алатауском районах, что добавляет в модель фактор географического разброса.

Реализация муравьиного алгоритма была выполнена в программной среде MATLAB, и полученные результаты представлены в виде графиков и табличных данных.

Работа кода, реализующего муравьиный алгоритм, позволила продемонстрировать его сходимость к оптимальным решениям для различного числа адресов доставки. На рисунке 2 (а, б, в) показана динамика оптимизации маршрутов для 10, 20 и 30 адресов соответственно. Графики отображают изменение наилучшей найденной стоимости маршрута (BestCost) в зависимости от количества пройденных итераций.

Программная реализация муравьиного алгоритма (ACO) в MATLAB включала следующие ключевые этапы. Сначала производилось определение проблемы: создавалась модель задачи (CreateModel) с данными о точках доставки (например, матрица расстояний model.D) и определялась функция стоимости маршрута (CostFunction на основе TourLength). Затем устанавливались параметры ACO: максимальное количество итераций (MaxIt=1000), число муравьев (nAnt=40), начальное значение феромона ( $\tau_0$ ), весовые коэффициенты феромона ( $\alpha=1$ ) и эвристики ( $\beta=1$ ), а также коэффициент испарения феромона ( $\rho=0.05$ ). На этапе

инициализации создавались матрица эвристической информации ( $\eta$ ), матрица феромонов ( $\tau$ ), и структура для хранения лучшего решения (BestSol).

Перед запуском основного итерационного процесса производится инициализация ряда важных структур данных. Формируется матрица эвристической информации  $\eta$ , где привлекательность каждого ребра обычно обратно пропорциональна его длине (расстоянию). Создается матрица феромонов  $\tau$ , все элементы которой изначально устанавливаются равными вычисленному  $\tau_0$ . Подготавливается массив BestCost для записи лучшей найденной стоимости маршрута на каждой итерации, что позволяет отслеживать прогресс оптимизации. Определяется структура «пустого» муравья (empty\_ant) и на ее основе создается начальная колония из nAnt муравьев. Наконец, инициализируется структура BestSol для хранения информации о лучшем найденном на данный момент решении, причем его начальная стоимость устанавливается равной бесконечности.

Основной итерационный цикл ACO состоял из:

- Каждый муравей последовательно выбирал следующий город, используя вероятностное правило, основанное на уровнях феромона и эвристической информации.

- Для каждого построенного маршрута вычислялась его общая стоимость.

- Если находился маршрут с меньшей стоимостью, он сохранялся как BestSol.

- Уровень феромона на ребрах, входящих в построенные муравьями маршруты, увеличивался, а затем на всех ребрах происходило испарение феромона (Tiwari, 2023).

На каждой итерации (в цикле от 1 до MaxIt) каждый из nAnt муравьев строит свой маршрут. Начиная со случайно выбранного стартового города, муравей последовательно выбирает следующий город для посещения.

Выбор осуществляется на основе вероятностной модели, которая учитывает как текущий уровень феромона на доступных ребрах (в степени  $\alpha$ ), так и эвристическую привлекательность этих ребер (в степени  $\beta$ ). Вероятности посещения уже пройденных городов обнуляются, а для оставшихся – нормализуются. Выбор конкретного следующего города производится с помощью механизма, имитирующего рулетку.

После того как муравей завершает построенное полное маршрута, вычисляется его общая

стоимость с помощью CostFunction. Если эта стоимость оказывается меньше, чем у лучшего решения, найденного до сих пор (BestSol.Cost), то BestSol обновляется данными текущего муравья. После завершения всеми муравьями построения маршрутов на текущей итерации, происходит обновление феромонных следов.

Для каждого муравья его маршрут (включая замыкающее ребро) используется для усиления феромона на соответствующих ребрах графа. Количество добавляемого феромона обратно пропорционально стоимости маршрута, таким образом, более короткие маршруты получают большее подкрепление.

Одновременно с отложением нового феромона происходит процесс его испарения на всех ребрах графа со скоростью, определяемой коэффициентом  $\rho$ . Этот механизм важен для «забывания» менее удачных путей и стимулирования исследования новых областей пространства решений.

Протоколирование и визуализация: Лучшая стоимость, найденная на текущей итерации, записывается, и информация о ходе итерации выводится на экран.

Также может вызываться функция PlotSolution для графического отображения текущего лучшего маршрута, что позволяет визуально контролировать процесс оптимизации.

По завершении всех запланированных итераций алгоритма строится итоговый график, иллюстрирующий изменение лучшей найденной

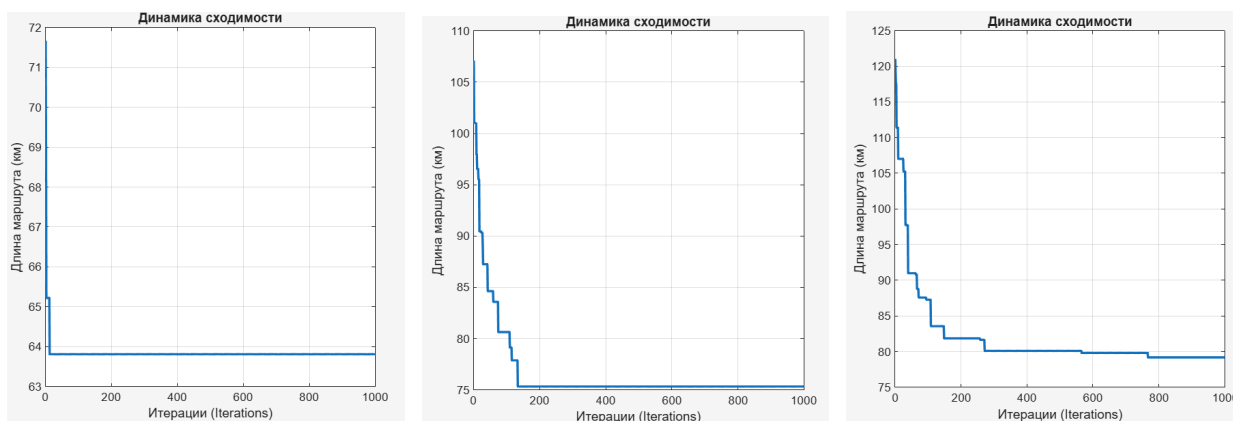
стоимости маршрута (BestCost) от итерации к итерации. Этот график позволяет оценить скорость сходимости алгоритма и достигнутое качество решения.

Данная последовательность шагов, повторяемая на протяжении множества итераций, позволяет муравьиной колонии постепенно находить все более качественные решения задачи коммивояжера. По завершении итераций для отображения результатов строился график зависимости лучшей найденной стоимости от номера итерации.

Результаты, полученные в ходе исследования, демонстрируют работоспособность и эффективность разработанной в MATLAB цифровой модели муравьиного алгоритма. Анализ графиков сходимости показывает, что алгоритм успешно находит оптимальные или близкие к оптимальным решения. Количество итераций, необходимых для стабилизации решения, закономерно возрастает с увеличением числа точек доставки: например, для лучших найденных маршрутов сходимость наступала на 14-й (10 адресов), 134-й (20 адресов) и 769-й (30 адресов) итерациях. Это соответствует теоретическим ожиданиям, так как сложность задачи коммивояжера экспоненциально растет с увеличением количества вершин графа. Это соответствует теоретическим ожиданиям, так как сложность задачи коммивояжера экспоненциально растет с увеличением количества вершин графа.

## Рисунок 2

Графики динамики оптимизации маршрутов (а – 10 адресов, б – 20 адресов, в – 30 адресов)



Примечание: составлен авторами результатов моделирования в MATLAB (MathWorks, 2025)

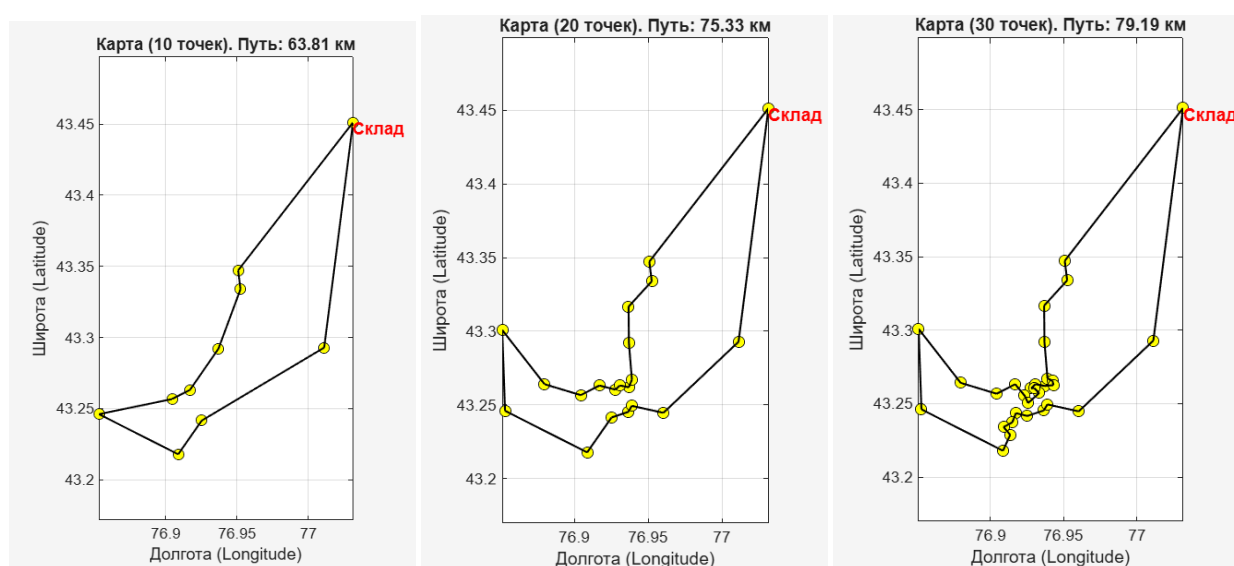
Графики демонстрируют характерную для муравьиного алгоритма динамику сходимости. На начальных итерациях (до 100-й для 20 адресов и до 150-й для 30 адресов) наблюдается резкое снижение стоимости маршрута, что соответствует этапу быстрого нахождения перспективных путей. Затем наступает фаза «тонкой настройки», когда улучшения становятся реже и менее значительными. Выход на плато после ~780 итераций для 30 адресов свидетельствует о том, что алгоритм сошелся к стабильному ре-

шению, и дальнейшие итерации не дают существенного улучшения.

На рисунке ниже представлена координатная сетка, где продемонстрирован кольцевой маршрут с указанием 10, 20 и 30 адресов (детализация показана на Рисунках 3а, 3б и 3в соответственно). Эти графики, построенные в географической системе координат (широта и долгота), отображают найденную оптимальную последовательность посещения точек с учетом их реального взаимного расположения.

### Рисунок 3

Графики маршрутов в ППП MATLAB (а – 10 адресов, б – 20 адресов, в – 30 адресов)



Примечание: составлен авторами основе результатов моделирования в MATLAB (MathWorks, 2025)

Для подтверждения устойчивости работы алгоритма и исключения фактора случайности был проведен дополнительный статистический анализ. Для каждой размерности задачи (10, 20 и 30 адресов) было выполнено 30 независимых прогонов алгоритма. Результаты представлены в таблице 1.

Как видно из таблицы, для задач малой и средней размерности (10 и 20 адресов) стандартное отклонение равно 0,00, что указывает на 100% повторяемость нахождения глобального оптимума. При увеличении размерности

до 30 адресов наблюдается незначительный разброс ( $\text{Std Dev} = 0,41$ ), при этом среднее значение (79,87 км) отклоняется от лучшего найденного (79,19 км) менее чем на 1%. Это подтверждает высокую робастность предложенного алгоритма.

Найденные оптимальные порядки следования муравьев (адресов) для различного числа точек представлены ниже в таблице. Стоит отметить, что длина одного градуса каждого меридиана составляет 111 км. Эти данные необходимы для динамики оптимизации.

**Таблица 1**

Статистический анализ эффективности алгоритма (на основе 30 прогонов)

Количество адресов	Лучшее решение (км)	Среднее решение (км)	Худшее решение (км)	Стд. отклонение (Std Dev)
10	63,81	63,81	63,81	0,00
20	75,33	75,33	75,33	0,00
30	79,19	79,87	80,73	0,41

*Примечание:* составлена авторами на основе результатов моделирования в MATLAB

**Таблица 2**

Данные с консоли ППП MATLAB

Муравьиный алгоритм			
Кол-во адресов	Кол-во итераций	Порядок адресов маршрута	Динамика оптимизации, км
10	14	1 → 2 → 3 → 5 → 10 → 7 → 4 → 6 → 8 → 9 → 1	83,916->63,81
20	134	1 → 9 → 8 → 13 → 6 → 20 → 18 → 19 → 17 → 4 → 7 → 11 → 12 → 10 → 5 → 3 → 15 → 16 → 14 → 2 → 1	120,058->75,33
30	769	1 → 2 → 14 → 16 → 15 → 3 → 25 → 29 → 30 → 28 → 5 → 10 → 12 → 11 → 7 → 4 → 24 → 26 → 23 → 27 → 17 → 19 → 18 → 22 → 21 → 20 → 6 → 13 → 8 → 9 → 1	139,882->79,19

*Примечание:* составлена авторами на основе результатов моделирования в MATLAB

В таблице 2 указаны количество адресов, количество итераций, потребовавшихся для нахождения оптимального маршрута, сам порядок адресов и динамика оптимизации, выраженная в километрах (с учетом предположения, что длина одного градуса каждого меридиана составляет 111 км, и что значения BestCost являются нормированными или условными единицами, которые были пересчитаны в км).

В дополнение к статистическому анализу была исследована чувствительность алгоритма к изменению ключевых управляющих параметров. Экспериментально установлено, что алгоритм демонстрирует высокую робастность (устойчивость) к вариациям настроек. В частности, тестирование с увеличенным коэффициентом испарения феромона ( $\rho$ ) с 0,05 до 0,5 показало, что итоговая длина маршрута изменяется незначительно (в пределах статистической погрешности), не улучшая при этом глобальный минимум (79,19 км), найденный при базовых параметрах. В связи с этим для обеспечения стабильной сходимости был сохранен стандартный набор параметров ( $\alpha=1$ ,  $\beta=1$ ,  $\rho=0,05$ ).

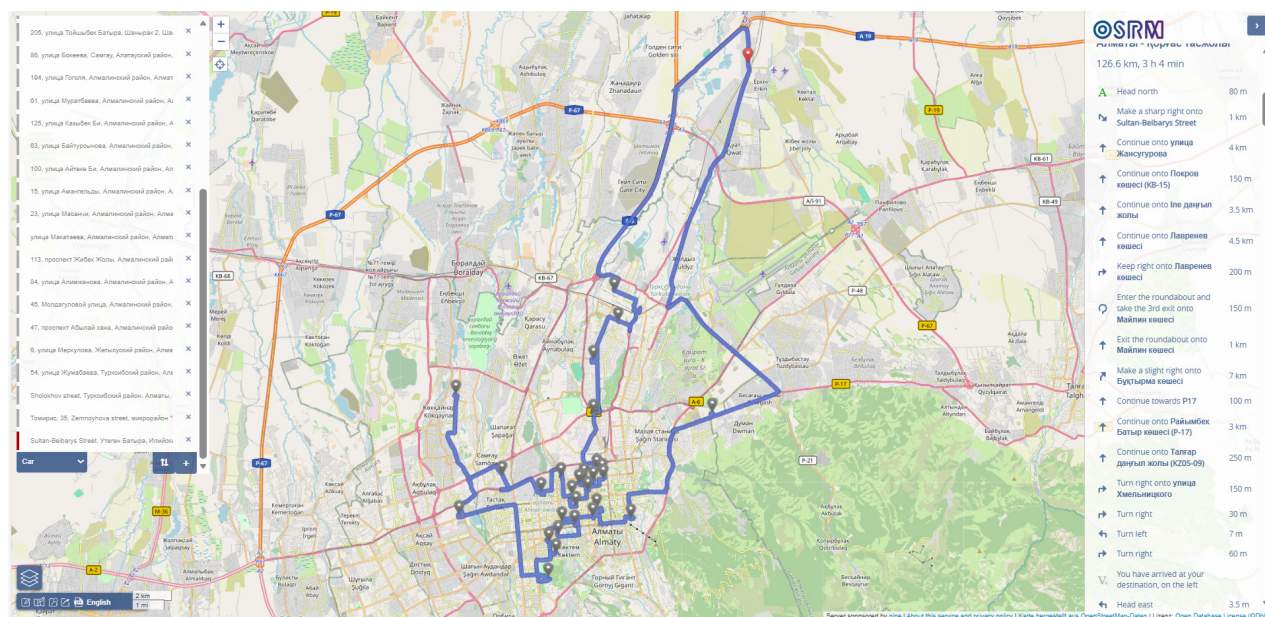
Для сравнения и последующего анализа были также построены маршруты с использованием интернет-сервиса OSRM (Open Source Routing Machine).

OSRM (Open Source Routing Machine) – это программное решение с открытым исходным кодом, предназначенное для построения маршрутов на основе географической информации. Система ориентирована на обеспечение высокой производительности при прокладке маршрутов по дорожным сетям и может использоваться как библиотека или в виде веб-сервиса. OSRM реализует разнообразные алгоритмы маршрутизации: от определения кратчайшего расстояния до расчёта самого быстрого маршрута. Также предусмотрена поддержка специфических режимов передвижения – например, маршруты для пешеходов или велосипедистов.

Пример маршрута для 30 адресов, построенного на основе оптимальной последовательности, найденной муравьиным алгоритмом, представлен на рисунке 4. Фактическая протяженность маршрута по дорогам составила 126,6 км. Различие между расчетной длиной (79,19 км) и фактической объясняется коэффициентом непрямолинейности (tortuosity) городской дорожной сети, который для данного случая составил  $k \approx 1.6$ . Тем не менее, визуальный анализ подтверждает, что топология маршрута является логичной, не содержит петлеобразных возвратов и эффективно покрывает заданную область.

**Рисунок 4**

Скриншот построенного маршрута в OSRM, 30 адресов с дистанцией маршрута 126,6 км



*Примечание:* составлен авторами на основе данных системы OSRM (Open Source Routing Machine, 2025).

Таким образом, ключевым достоинством муравьиного алгоритма (Ant Colony Optimization, ACO) является его способность к поиску глобального экстремума: при неограниченном числе итераций вероятность обнаружения глобально оптимального решения стремится к единице. Это обусловлено стохастической природой алгоритма и механизмом положительной обратной связи, реализуемым посредством обновления феромонных следов.

### Заключение

Результаты численного моделирования, выполненного в среде MATLAB, свидетельствуют о высокой эффективности разработанной модели при решении задачи коммивояжера. Проведенный статистический анализ (серия из 30 независимых прогонов) подтвердил высокую устойчивость алгоритма: для задач малой и средней размерности стандартное отклонение составило 0,00, что говорит о стопроцентной воспроизводимости оптимального результата.

В проведенном исследовании муравьиный алгоритм продемонстрировал способность находить качественные субоптимальные решения за приемлемое полиномиальное время. Это делает его предпочтительным инструментом для

логистики в условиях высокой комбинаторной сложности. Данное преимущество особенно заметно при увеличении размерности задачи, что делает муравьиный алгоритм перспективным инструментом в условиях высокой комбинаторной сложности. Анализ чувствительности также показал робастность модели: алгоритм сохраняет способность находить качественные решения даже при варьировании параметров испарения феромона, что снижает риски при его настройке.

В отличие от «жадных» алгоритмов, муравьиный алгоритм продемонстрировал уникальное сочетание быстрой сходимости и гибкости. Механизм феромонов имитирует коллективное обучение, что делает его особенно перспективным для динамических систем.

Важным выводом является правильная интерпретация результатов: муравьиный алгоритм определил оптимальную топологическую последовательность посещения адресов. Сравнение с системой OSRM показало, что, несмотря на различие в метриках (расстояние по прямой 79,19 км против 126,6 км по дорогам), найденный маршрут логистически корректен и не содержит петель. Это подчеркивает роль ACO как стратегического инструмента планирования, который должен работать в связке с навигационными системами для построения реальных маршрутов.

Таким образом, работа подтверждает, что внедрение методов биоинспирированной оптимизации в цифровую логистику является не просто академическим упражнением, а назревшей необходимостью, способной кардинально повысить эффективность цепей поставок.

## Благодарность, конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов в отношении авторства и/или публикации данной статьи. Исследование проводилось без привлечения внешнего финансирования.

## Литература

- Виноградов, А. Б., & Юнеева, Д. Р. (2018). «Муравьиный алгоритм» как способ повышения эффективности доставки на последнюю милю» в розничной интернет-торговле. *Логистика и управление цепями поставок*, (4), 34-44.
- Гвоздев, Л. Р., & Медведева, Т. А. (2022). Визуализация решения задачи маршрутизации транспорта с временными окнами с помощью алгоритма муравьиных колоний. In *Актуальные проблемы науки и техники. 2022* (pp. 598-600).
- Калиберда, Е. А., Гуненков, М. Ю., Дюсекенов, Д. С., & Федотова, И. В. (2020). «Муравьиный» алгоритм в решении задачи коммивояжера. *Прикладная математика и фундаментальная информатика*, 7(2), 10-17.
- Конструктор карт «Яндекс». [Электронный ресурс]. – URL: <https://yandex.ru/map-constructor/> (дата обращения 05.12.2024).
- Костин, А. С., & Майоров, Н. Н. (2023). Исследование моделей и методов маршрутизации и практического выполнения автономного движения беспилотными транспортными системами для доставки грузов. *Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала СО Макарова*, 15(3), 524-536.
- Пакет прикладных программ для решения задач технических вычислений MATLAB. [Электронный ресурс]. – URL: <https://www.mathworks.com/products/matlab.html> (дата обращения 05.12.2024).
- Федина, А. А., Нурғалиев, А. И., & Скворцова, Д. А. (2022). Компьютерные исследования и моделирование. Компьютерные исследования и моделирование Учредители: Институт компьютерных исследований, Университет Иннополис, 14(1), 45-62.
- Шевчук, С. Н., Аксенов, К. А., Аксенова, О. П., Антонова, А. С., & Гончарова, Н. В. (2019). Построитель логистического маршрута на основе мультиагентного подхода и муравьиных алгоритмов (Поиск пути).
- Aggarwal, A., Ghosh, P., Sharma, K., Sharma, S., Raj, M., & Ali, M. M. (2024). Ant-Inspired Route Optimization for Last Mile Delivery. *2024 IEEE International Conference on Computing, Power and Communication Technologies (IC2PCT)*, 366-371.
- Che, G., Liu, L., & Yu, Z. (2020). An improved ant colony optimization algorithm based on particle swarm optimization algorithm for path planning of autonomous underwater vehicle. *Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing*, 11(8), 3349–3354.
- Dorigo, M., & Stützle, T. (2018). Ant colony optimization: overview and recent advances. *Handbook of Metaheuristics*, 311–351.
- Giuffrida, N., Fajardo-Calderin, J., Masegosa, A. D., Werner, F., Steudter, M., & Pilla, F. (2022). Optimization and machine learning applied to last-mile logistics: A review. *Sustainability*, 14(9), 5329.
- Kanna, K. D., & Durgalakshmi, S. (2022). E-Commerce and last mile delivery optimization. *Journal of physics: Conference series*, 2335(1), 012015.
- Liu, W. (2020). Route optimization for last-mile distribution of rural E-commerce logistics based on ant colony optimization. *IEEE Access*, 8, 12179-12187.
- Open Source Routing Machine. [Электронный ресурс]. – URL: <https://project-osrm.org/> (дата обращения 05.12.2024).
- Ranathunga, M. I. D., Wijayanayake, A. N., & Niwunhella, D. H. H. (2021). Solution approaches for combining first-mile pickup and last-mile delivery in an e-commerce logistic network: A systematic literature review. *2021 International Research Conference on Smart Computing and Systems Engineering (SCSE)*, 267-275.
- Ren, T., Luo, T., Jia, B., Yang, B., Wang, L., & Xing, L. (2023). Improved ant colony optimization for the vehicle routing problem with split pickup and split delivery. *Swarm and Evolutionary Computation*, 77, 101228.
- Ruan, Y., Marsh, S., Xue, X., Liu, Z., & Wang, J. (2020). The quantum approximate algorithm for solving traveling salesman problem. *Computers, Materials and Continua*, 63(3), 1237–1247.
- Shi, Y., & Zhang, Y. (2022). The neural network methods for solving Traveling Salesman Problem. *Procedia Computer Science*, 199, 681–686.
- Shuaibu, A. S., Mahmoud, A. S., & Sheltami, T. R. (2023). A review of last-mile delivery optimization: Strategies, technologies, drone integration, and future trends. *Drones*, 9(3), 158.
- Tiwari, K. V., & Sharma, S. K. (2023). An optimization model for vehicle routing problem in last-mile delivery. *Expert Systems with Applications*, 222, 119789.
- Zhang, Y., Liu, Y., Li, C., Liu, Y., & Zhou, J. (2022). The optimization of path planning for express delivery based on clone adaptive ant colony optimization. *Journal of Advanced Transportation*, 2022, 4825018.

## References

- Aggarwal, A., Ghosh, P., Sharma, K., Sharma, S., Raj, M., & Ali, M. M. (2024). Ant-Inspired Route Optimization for Last Mile Delivery. 2024 IEEE International Conference on Computing, Power and Communication Technologies (IC2PCT), 366-371.
- Che, G., Liu, L., & Yu, Z. (2020). An improved ant colony optimization algorithm based on particle swarm optimization algorithm for path planning of autonomous underwater vehicle. *Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing*, 11(8), 3349–3354.
- Dorigo, M., & Stützle, T. (2018). Ant colony optimization: overview and recent advances. *Handbook of Metaheuristics*, 311–351.
- Fedina, A. A., Nurgaliev, A. I., & Skvortsova, D. A. (2022). Komp'yuternye issledovaniya i modelirovanie [Computer Research and Modeling of Logistics Processes]. *Komp'yuternye issledovaniya i modelirovanie [Computer Research and Modeling]*, 14(1), 45-62.
- Giuffrida, N., Fajardo-Calderin, J., Masegosa, A. D., Werner, F., Steudter, M., & Pilla, F. (2022). Optimization and machine learning applied to last-mile logistics: A review. *Sustainability*, 14(9), 5329.
- Gvozdev, L. R., & Medvedeva, T. A. (2022). Vizualizatsiya resheniya zadachi marshrutizatsii transporta s vremennymi oknami s pomoshch'yu algoritma murav'inykh koloniy [Visualization of the Vehicle Routing Problem with Time Windows Using Ant Colony Algorithm]. In *Aktual'nye problemy nauki i tekhniki. 2022 [Actual Problems of Science and Technology]* (pp. 598-600).
- Kaliberda, E. A., Gunenkov, M. Yu., Dyusekenov, D. S., & Fedotova, I. V. (2020). "Murav'inyy" algoritm v reshenii zadachi kommvoyazhera [Ant Algorithm for Solving the Traveling Salesman Problem]. *Prikladnaya matematika i fundamental'naya informatika [Applied Mathematics and Fundamental Informatics]*, 7(2), 10-17.
- Kannaa, K. D., & Durgalakshmi, S. (2022). E-Commerce and last mile delivery optimization. *Journal of physics: Conference series*, 2335(1), 012015.
- Kostin, A. S., & Mayorov, N. N. (2023). Issledovanie modeley i metodov marshrutizatsii i prakticheskogo vypolneniya avtonomnogo dvizheniya bespilotnymi transportnymi sistemami dlya dostavki gruzov [Study of Models and Methods of Routing and Practical Implementation of Autonomous Movement by Unmanned Transport Systems for Cargo Delivery]. *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S.O. Makarova [Bulletin of Admiral S.O. Makarov State University of Maritime and Inland Shipping]*, 15(3), 524-536.
- Liu, W. (2020). Route optimization for last-mile distribution of rural E-commerce logistics based on ant colony optimization. *IEEE Access*, 8, 12179-12187.
- MATLAB. (2024). Technical Computing Software Package. Available at: <https://www.mathworks.com/products/matlab.html> (accessed 05.12.2024).
- Open Source Routing Machine (OSRM). (2024). Project OSRM. Available at: <https://project-osrm.org/> (accessed 05.12.2024).
- Ranathunga, M. I. D., Wijayanayake, A. N., & Niwunhella, D. H. H. (2021). Solution approaches for combining first-mile pickup and last-mile delivery in an e-commerce logistic network: A systematic literature review. 2021 International Research Conference on Smart Computing and Systems Engineering (SCSE), 267-275.
- Ren, T., Luo, T., Jia, B., Yang, B., Wang, L., & Xing, L. (2023). Improved ant colony optimization for the vehicle routing problem with split pickup and split delivery. *Swarm and Evolutionary Computation*, 77, 101228.
- Ruan, Y., Marsh, S., Xue, X., Liu, Z., & Wang, J. (2020). The quantum approximate algorithm for solving traveling salesman problem. *Computers, Materials and Continua*, 63(3), 1237–1247.
- Shevchuk, S. N., Aksenov, K. A., Aksenova, O. P., Antonova, A. S., & Goncharova, N. V. (2019). Postroitel' logisticheskogo marshruta na osnove mul'tiagentnogo podkhoda i murav'inykh algoritmov (Poisk puti) [Logistics Route Builder Based on Multi-Agent Approach and Ant Algorithms (Pathfinding)]. *Programmnyaya inzheneriya*, 10(2), 55-64.
- Shi, Y., & Zhang, Y. (2022). The neural network methods for solving Traveling Salesman Problem. *Procedia Computer Science*, 199, 681–686.
- Shuaibu, A. S., Mahmoud, A. S., & Sheltami, T. R. (2023). A review of last-mile delivery optimization: Strategies, technologies, drone integration, and future trends. *Drones*, 9(3), 158.
- Tiwari, K. V., & Sharma, S. K. (2023). An optimization model for vehicle routing problem in last-mile delivery. *Expert Systems with Applications*, 222, 119789.
- Vinogradov, A. B., & Yuneeva, D. R. (2018). «Murav'inyy algoritm» kak sposob povysheniya effektivnosti dostavki na "posledney mile" v roznichnoy internet-torgovle [The Ant Algorithm as a Way to Improve Last-Mile Delivery Efficiency in E-Commerce]. *Logistika i upravlenie tsepyami postavok [Logistics and Supply Chain Management]*, (4), 34-44.
- Yandex Map Constructor. (2024). Map Constructor. Available at: <https://yandex.ru/map-constructor/> (accessed 05.12.2024).
- Zhang, Y., Liu, Y., Li, C., Liu, Y., & Zhou, J. (2022). The optimization of path planning for express delivery based on clone adaptive ant colony optimization. *Journal of Advanced Transportation*, 2022, 4825018.

**Сведения об авторах:**

Владислав Галяндин – докторант, Казахский национальный университет имени аль-Фараби (Алматы, Казахстан, e-mail: [galyandin\\_vladislav1@live.kaznu.kz](mailto:galyandin_vladislav1@live.kaznu.kz)).

Жандос Кегенбеков – к.т.н., ассоциированный профессор, Казахстанско-немецкий университет (Алматы, Казахстан, e-mail: [kegenbekov@dku.kz](mailto:kegenbekov@dku.kz)).

**Information about authors:**

Vladislav Galyandin – PhD candidate, Al-Farabi Kazakh National University (Almaty, Kazakhstan, e-mail: galyandin\_vladislav1@live.kaznu.kz).

Zhandos Kegenbekov – PhD, Associate Professor, Kazakh-German University (Almaty, Kazakhstan, e-mail: kegenbekov@dku.kz).

**Авторлар туралы мәлімет:**

Владислав Галяндин – PhD, әл-Фараби атындағы ҚазҰУ (Алматы, Қазақстан, e-mail: galyandin\_vladislav1@live.kaznu.kz).

Жандос Кегенбеков – PhD, Қазақ-Неміс университетінің доценті (Алматы, Қазақстан, e-mail: kegenbekov@dku.kz).

Поступила: 5 ноября 2025 год

Принята: 20 марта 2026 год