

**Шульц Д.Н.**

к.э.н., Центр экономики инфраструктуры,  
Россия, г. Москва, e-mail: shults@inbox.ru

## **БАЙЕСОВСКАЯ ДИНАМИЧЕСКАЯ СТОХАСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОБЩЕГО РАВНОВЕСИЯ КАЗАХСТАНА**

Целью работы является разработка динамической стохастической модели общего равновесия Казахстана и её оценивание с помощью байесовских методов. Особенностью DSGE-подхода является использование неокейнсианского микроэкономического фундамента, позволяющего описывать поведение ключевых субъектов экономики и учитывать основные рыночные провалы (несовершенные рынки и негибкие цены). Кроме того, DSGE-модели строятся на основе теории рациональных ожиданий. Модель представляет собой систему 15 линеаризованных уравнений для ключевых макроэкономических показателей основных секторов экономики: домашних хозяйств, предприятий реального сектора, Национального банка, внешнего сектора. Модель описывает экономику в краткосрочном периоде (без учета инвестиций в основные фонды), в режиме инфляционного таргетирования с плавающим обменным курсом. Параметры были оценены байесовскими методами. Преимущество подхода заключается в возможности оценивания параметров на коротких временных рядах, что важно в условиях структурных сдвигов, за счет использования априорной информации. На оценённых параметрах были проведены сценарные расчеты для шоков совокупной факторной производительности и совокупного спроса, для ценового шока и роста внешней процентной ставки. Полученные результаты могут быть использованы при разработке денежно-кредитной политики и оптимизации её параметров. Также результаты могут быть использованы в качестве фундамента для построения прикладных QPM-моделей.

**Ключевые слова:** динамические стохастические модели общего равновесия, байесовское оценивание, инфляционное таргетирование.

Shults D.N.

PhD in Economics, Infrastructure economics center,  
Russia, Moscow, e-mail: shults@inbox.ru

### **Bayesian dynamic stochastic general equilibrium model of Kazakhstan**

The article presents dynamic stochastic general equilibrium model of Kazakhstan and its parameters estimation by Bayesian methods. A feature of DSGE-approach is the use of the neo-Keynesian microeconomic foundation, which allows describing the behavior of key economic actors and taking into account the main market failures (imperfect markets and sticky prices). In addition, DSGE-models are based on the theory of rational expectations. The model is a system of 15 linearized equations for key macroeconomic indicators of the main economic sectors: households, enterprises, the National Bank, and the external sector. The model describes the economy in the short term (excluding investments in fixed assets), in the inflation targeting mode with a floating exchange rate. Parameters were evaluated by Bayesian methods. The advantage of this approach is the possibility to estimate parameters on short time series due to the use of prior information. This is important in the conditions of structural changes. Scenario calculations were performed on the estimated parameters for aggregate factor productivity shocks and aggregate demand shocks, for prices shock and for an increase in external interest rates. The results can be used for the development of monetary policy and optimization of its parameters. The results can also be used as a foundation for building applied QPM models.

**Key words:** dynamic stochastic general equilibrium models, Bayesian estimation, inflation targeting.

Шульц Д.Н.

э.ғ.к., Инфрақұрылымдық экономика орталығы,  
Ресей, Мәскеу қ., e-mail: shults@inbox.ru

### Қазақстандағы динамикалық стохастикалық жалпы тепе-теңдік моделі

Жұмыстың мақсаты – Қазақстандағы динамикалық стохастикалық жалпы тепе-теңдік моделін құру және оны бағалаудың Bayesian әдістерін қолдану. Тәсілдің ерекшелігі экономиканың негізгі субъектілерінің мінез-құлқын сипаттауға және негізгі нарықтық сәтсіздіктерді (жетілмеген нарықтар мен икемсіз бағалар) есепке алуға мүмкіндік беретін неокейнсиан микроэкономикалық іргетасын пайдалану болып табылады. Сонымен қатар, DSGE-модельдер оңтайлы болжал теориясы негізінде құрылады. Модель экономиканың негізгі секторларының: үй шаруашылықтарының, нақты сектор кәсіпорындарының, Ұлттық банктің, сыртқы сектордың түйінді макроэкономикалық көрсеткіштері үшін 15 линеаризацияланған теңдеулер жүйесін білдіреді. Модель қысқа мерзімді кезеңде (негізгі қорларға инвестицияларды есепке алмағанда), өзгермелі айырбас бағамы бар инфляциялық таргеттеу режимінде экономиканы сипаттайды. Параметрлер байестік әдістермен бағаланды. Тәсілдің артықшылығы қысқа уақыт қатарларында параметрлерді бағалау мүмкіндіктерінен тұрады, бұл құрылымдық өзгерістер жағдайында, априорлық ақпаратты пайдалану есебінен маңызды. Бағаланған параметрлерде жиынтық факторлық өнімділік және жиынтық сұраныс талықсытпаларына, баға талықсытпасы мен сыртқы пайыздық мөлшерлеменің өсуіне арналған сценарийлік есептер жүргізілді. Алынған нәтижелер ақша-кредит саясатын әзірлеу және оның параметрлерін оңтайландыру кезінде пайдаланылуы мүмкін. Сондай-ақ, нәтижелер қолданбалы QPM-модельдерді құру үшін іргетас ретінде пайдаланылуы мүмкін.

**Түйін сөздер:** жалпы тепе-теңдіктің динамикалық стохастикалық үлгілері, Байес бағалаулары, инфляцияның таралуы.

## Введение

В конце XX в., прежде всего в развитых странах, основным инструментом макроэкономического моделирования и разработки макроэкономической политики стали динамические стохастические модели общего равновесия (DSGE-модели). На постсоветском пространстве и в Казахстане этот инструментарий является относительно новым и на сегодняшний день имеется не так много научных публикаций на эту тему (Ишуова, 2013; Mukhamediyev, 2013; 2014; Шульц, Ошакбаев, 2018).

Целью статьи является разработка динамической стохастической модели общего равновесия Казахстана и оценка её параметров байесовскими методами.

Предложенная ниже модель состоит из агрегированных секторов: «домашние хозяйства» и «реальный сектор», «внешний мир» и денежного регулятора. Государство явно не выделено. Домашние хозяйства осуществляют трудовую деятельность, сберегают часть дохода в активах, проносящих процентный доход, и в наличных деньгах. Предприятия реального сектора потребляют труд домашних хозяйств и производят продукцию для внутреннего потребления и на

экспорт. Для целей краткосрочного прогнозирования мы принимаем основные фонды заданными и явно не выделяем инвестиции в основной капитал. Внешний сектор предъявляет спрос на экспортируемые товары и формирует предложение в виде импортируемой продукции. Плюс мы предполагаем отсутствие ограничений на мобильность капитала. Национальный банк проводит политику инфляционного таргетирования, управляя базовой процентной ставкой.

Таким образом, в модели учитываются рынок труда, рынок товаров и услуг, которые описываются показателями занятости и заработной платы, цен и ВВП. Финансовые рынки представлены валютным рынком, равновесие на котором описывается обменным курсом тенге и денежным рынком, ключевой характеристикой которого является базовая процентная ставка.

## Обзор литературы

Мы не можем и не преследуем цель дать полноценный и всесторонний анализ целой эпохи в макроэкономическом моделировании. Но попытаемся отметить наиболее яркие, на наш субъективный взгляд, эпизоды зарождения DSGE-подхода.

В середине XX в. в прикладных исследованиях господствовали эконометрические модели, а в научной и учебной литературе – кейнсианские макроэкономические и неоклассические микроэкономические модели. Противоречия между ними привели к поискам синтеза: возникли новая классическая макроэкономика и некейнсианский микроэкономический фундамент.

Так, «критика Лукаса» (Лукас, 1976) показала ограниченность использования эконометрических моделей с постоянными коэффициентами, не учитывающими ожидания и проводимую экономическую политику. Это открыло дорогу к использованию теории рациональных ожиданий.

Статья Кидланд, Прескотта (1986) ввела в научный оборот новую парадигму – калибровку параметров. Она предполагает, что параметры модели должны оцениваться не эконометрическими методами, а подбираться таким образом, чтобы модель воспроизводила стилизованные черты экономики (Дейонг, Дейв, 2011: 253-284). Позднее наметился определённый синтез – работа Сметса, Уотерса (2007) открыла дорогу к использованию байесовского оценивания DSGE-моделей.

Современные исследования, (Холл, Сарджент, 2018) и (Мэнкью, Райс, 2018), возводят к идеям М. Фридмана консенсус макроэкономистов в том, что монетарная политика оказывает влияние лишь на краткосрочные колебания вокруг равновесного экономического роста, но не на сам этот рост. Соответственно, DSGE-модели, как правило, сосредоточены на описании переменных-отклонений (gaps).

Несмотря на известные недостатки фильтра Ходрика-Прескотта (Хамильтон, 2017) и наличие более продвинутых подходов (фильтры Бакстера-Кинга, Калмана и др.), он остаётся, пожалуй, самым популярным инструментом для выделения долгосрочных тенденций и расчёта отклонений.

Кроме математических особенностей DSGE-подхода, отмеченных выше, необходимо хотя бы вкратце очертить его теоретический (некейнсианский) базис. Как известно, кейнсианское направление традиционно делало акцент на таких «провалах» рынка, как негибкие цены и заработные платы, несовершенная конкуренция, несовершенная и асимметричная информация.

В работе Кальво (1983) моделируется ценообразование в условиях долгосрочных кон-

трактов. В этих условиях фирмы не могут отклоняться от ранее установленных цен даже в том случае, если несут при этом потери. Ротемберг (1982) описывает эти потери в виде квадратичной функции.

Потребительский выбор в условиях монополистической конкуренции зачастую моделируется на основе агрегата Диксита-Стиглица (Диксти, Стиглиц, 1977), развитого в популярной модели общего равновесия (Бланшар, Киотаки, 1987). С помощью этого подхода описываются не только процессы потребления домашними хозяйствами, но и потребление ресурсов в производственном секторе, а также промежуточное потребление в условиях несовершенной конкуренции.

В практической деятельности DSGE-модели являются основой для прикладных квартальных прогностических моделей (QPM) (Чернявский, Муканов, 2017). Последние используются центробанками при выработке монетарной (процентной) политики в условиях инфляционного таргетирования.

### Моделирование домашних хозяйств

Предполагаем, что домашние хозяйства получают доход в виде заработной платы  $W_t$  за единицу труда  $L_t$ . Кроме того, они получают процент  $R_t$  от активов в национальной валюте  $D_t$ . Активы в иностранной валюте, выраженные в национальной валюте,  $D_t^W$  имеют доходность  $R_t^W$ .

Объём  $D_t^W$ , конвертированный сегодня в иностранную валюту по обменному курсу  $S_t$ , трансформируется в следующем периоде в объём средств  $\frac{D_t^W}{S_t} (1 + R_t^W) E_t[S_{t+1}]$ , где  $E_t[S_{t+1}]$  – ожидаемый обменный курс в периоде  $t+1$ .

Расходы домашних хозяйств на покупку товаров и услуг  $C_t$  осуществляются по уровню цен  $P_t$ . Непотребленная часть дохода (сбережения) направляется в активы, приносящие процентный доход и наличные деньги  $M_t$ .

Таким образом, бюджетное ограничение в номинальном выражении имеет вид:

$$\begin{aligned} P_t C_t + M_t + D_t + D_t^W &= \\ &= W_t L_t + M_{t-1} + (1 + R_{t-1}) D_{t-1} + \\ &+ D_{t-1}^W \frac{(1 + R_{t-1}^W) E_{t-1}[S_t]}{S_{t-1}} \end{aligned}$$

Мы не накладываем ограничения на возможности домашних хозяйств сберегать и кредитовать. Также не выделяем налоговые платежи и трансферты от государства.

Бюджетное ограничение домашних хозяйств может быть переписано через реальные (дефлированные) показатели, которые будут использованы далее:

$$\begin{aligned} (C_t + m_t + d_t + d_t^W - w_t L_t)(1 + \pi_t) = \\ = m_{t-1} + (1 + R_{t-1})d_{t-1} + \\ + d_{t-1}^W \frac{(1 + R_{t-1}^W)E_{t-1}[S_t]}{S_{t-1}} \end{aligned}$$

где  $d_t = \frac{D_t}{P_t}$  и  $d_t^W = \frac{D_t^W}{P_t}$  реальные активы, приносящие процентный доход в национальной и иностранной валютах;  $w_t = \frac{W_t}{P_t}$  – реальная

заработная плата;  $\pi_t = \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1$  – уровень инфляции;  $m_t = \frac{M_t}{P_t}$  – реальные денежные остатки.

Далее предполагаем, что домашние хозяйства имеют функцию полезности с постоянной склонностью к риску (CRRA). Функция полезности положительно зависит от реального потребления и запаса денег<sup>1</sup>, и отрицательно – от затрат труда. Таким образом, домашние хозяйства максимизируют ожидаемую суммарную дисконтированную полезность:

$$U = E \left[ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left( \frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \Phi \frac{L_t^{1+\varphi}}{1+\varphi} + \Psi \frac{m_t^{1-\psi}}{1-\psi} \right) \right] \rightarrow \max$$

где  $\beta \in (0; 1)$  – норма дисконтирования.

Функция Лагранжа имеет вид:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = \sum_{t=0}^{\infty} \left\{ \beta^t E \left[ \frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \Phi \frac{L_t^{1+\varphi}}{1+\varphi} + \Psi \frac{m_t^{1-\psi}}{1-\psi} \right] \right. \\ \left. - \lambda_t \left( (C_t + m_t + d_t + d_t^W - w_t L_t)(1 + \pi_t) - m_{t-1} - (1 + R_{t-1})d_{t-1} - d_{t-1}^W \frac{(1 + R_{t-1}^W)S_t}{S_{t-1}} \right) \right\} \end{aligned}$$

Условия первого порядка для потребления  $C_t$ , реальных денежных остатков  $m_t$ , предложения труда  $L_t$  и активов  $d_t$  и  $d_t^W$  равны:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_t} = \beta^t C_t^{-\sigma} - \lambda_t(1 + \pi_t) = \\ = 0 \Rightarrow \frac{\beta^t C_t^{-\sigma}}{(1 + \pi_t)} = \lambda_t \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial m_t} = \beta^t \Psi m_t^{-\psi} - \lambda_t(1 + \pi_t) + \lambda_{t+1} = \\ = 0 \Rightarrow \beta^t \Psi m_t^{-\psi} = \lambda_t(1 + \pi_t) - \lambda_{t+1} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L_t} = -\beta^t \Phi L_t^\varphi + \lambda_t(1 + \pi_t)w_t = \\ = 0 \Rightarrow \beta^t \Phi L_t^\varphi = \lambda_t(1 + \pi_t)w_t \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial d_t} = -\lambda_t(1 + \pi_t) + \lambda_{t+1}(1 + R_t) = \\ = 0 \Rightarrow \frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} = \frac{(1 + \pi_t)}{(1 + R_t)} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial d_t^W} = -\lambda_t(1 + \pi_t) + \\ + \lambda_{t+1} \frac{(1 + R_{t+1}^W)E[S_{t+1}]}{S_t} = 0 \Rightarrow \\ \frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} = \frac{(1 + \pi_t)S_t}{(1 + R_{t+1}^W)E[S_{t+1}]} \end{aligned} \quad (5)$$

Из уравнений (1) и (4) получим уравнение Эйлера, определяющее динамику потребления:

<sup>1</sup> Следует сказать несколько слов о включении денег в функцию полезности. Если сбережения приносят процентный доход и благодаря этому увеличивают будущее потребление, то наличные деньги доход не приносят, а лишь обесцениваются инфляцией. Соответственно, невключение их в функцию полезности приводит к тому, что оптимальный запас наличности

должен быть равен 0, что противоречит реальной жизни. Чтобы этого избежать, зачастую деньги включают в функцию полезности. Против этого высказывается возражение, что деньги сами по себе не доставляют благосостояние, но лишь косвенно способствуют этому, экономя время на совершение сделок и снижая транзакционные издержки.

$$\beta \left( \frac{E[C_{t+1}]}{C_t} \right)^{-\sigma} = \frac{1 + E[\pi_{t+1}]}{1 + R_t} \quad (6)$$

Из уравнения (6) следует, что в долгосрочном равновесии реальная (за вычетом инфляции) ставка процента  $r^n \approx -\ln \beta + \sigma \hat{c}$ , где  $\hat{c}$  – устойчивой темп прироста потребления, а  $r^n$  – естественная ставка процента. Поскольку  $\beta < 1$ , то при  $\sigma \geq 1$  ставка процента должна превышать темпы роста потребления  $r^n > \hat{c}$ .

Из выражений (1), (2) и (4) выводим функцию спроса на реальные кассовые остатки 0, которая положительно зависит от расходов и отрицательно от ставки процента:

$$\Psi m_t^{-\psi} = C_t^{-\sigma} \left( \frac{R_t}{1 + R_t} \right) \quad (7)$$

Из выражений (1) и (3) получаем функцию предложения труда (8), которая положительно зависит от реальной заработной платы  $w_t$ :

$$\Phi L_t^\varphi = C_t^{-\sigma} w_t \quad (8)$$

### Моделирование структуры потребления

Выше мы получили выражение для потребления (6). Теперь определим оптимальную структуру потребления отечественных  $C_{H,t}$  и импортных  $C_{F,t}$  товаров, следуя (Хеййдра, Ван дер Плуэг: 362-364).

Максимизируем<sup>2</sup> композитное потребление:

$$C_t = \left( (1 - \delta) C_{H,t}^{\frac{\theta-1}{\theta}} + \delta C_{F,t}^{\frac{\theta-1}{\theta}} \right)^{\frac{\theta}{\theta-1}} \quad (9)$$

→ max

при бюджетном ограничении:

$$P_{H,t} C_{H,t} + P_{F,t} C_{F,t} = P_t C_t \quad (10)$$

Здесь  $P_t$  – стоимость потребительской корзины, состоящей из отечественных и импортных благ.  $C_{H,t}$  и  $C_{F,t}$  – потребление отечественных и

импортных благ по ценам  $P_{H,t}$  и  $P_{F,t}$  соответственно.  $\delta \in (0; 1)$  – доля импортных товаров в потреблении, а  $\theta > 1$  – параметр, отражающий склонность населения к диверсификации. Также, как будет показано ниже, параметр  $\theta$  можно интерпретировать как эластичность спроса по относительной цене.

Функция Лагранжа для задачи максимизации (9) при ограничении (10) имеет вид:

$$\mathcal{L} = \left( (1 - \delta) C_H^{\frac{\theta-1}{\theta}} + \delta C_F^{\frac{\theta-1}{\theta}} \right)^{\frac{\theta}{\theta-1}} - \lambda (P_H C_H + P_F C_F - P C)$$

Условия первого порядка:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_H} = (1 - \delta) C_H^{\frac{1}{\theta-1}} C_F^{-\frac{1}{\theta}} - \lambda P_H = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_F} = \delta C_H^{\frac{1}{\theta-1}} C_F^{-\frac{1}{\theta}} - \lambda P_F = 0$$

Из этих условий находим оптимальные пропорции между потреблением отечественных и импортных благ в зависимости от соотношения их цен:

$$\frac{C_H}{C_F} = \left( \frac{1 - \delta}{\delta} \right)^\theta \left( \frac{P_H}{P_F} \right)^{-\theta}$$

Подставляя в уравнение для композитного потребления, получаем:

$$C = C_F \left( (1 - \delta)^\theta \delta^{1-\theta} \left( \frac{P_H}{P_F} \right)^{1-\theta} + \delta \right)^{\frac{\theta}{\theta-1}}$$

Обозначим композитный индекс цен как:

$$P = \left( (1 - \delta) P_H^{1-\theta} + \delta P_F^{1-\theta} \right)^{\frac{1}{1-\theta}} \quad (11)$$

Тогда оптимальное потребление отечественных и импортных товаров задается выражениями (12) и (13):

<sup>2</sup> Решение двойственной задачи (минимизация бюджетных расходов  $P_{H,t} C_{H,t} + P_{F,t} C_{F,t}$  при заданном композитном потреблении  $C_t$ ) позволяет получить тот же результат.

$$\frac{C_{H,t}}{C_t} = (1 - \delta)^\theta \left( \frac{P_{H,t}}{P_t} \right)^{-\theta} \quad (12)$$

$$\frac{C_{F,t}}{C_t} = \delta^\theta \left( \frac{P_{F,t}}{P_t} \right)^{-\theta} \quad (13)$$

### Моделирование реального сектора

Вывод уравнения новокейнсианской кривой Филлипса (НКРС) для отечественных товаров основан на публикации (Шульц, Ошакбаев, 2018).

Как известно из микроэкономики, оптимальная цена  $P_{H,t}^*$  (не путать с мировыми ценами  $P_{W,t}$ ) на несовершенных рынках определяется по правилу  $P_{H,t}^* = \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} MC_t$ , где  $\varepsilon$  – эластичность спроса по цене, а  $MC_t$  – предельные издержки. В логарифмах это означает  $p_{H,t}^* = \mu + mc_t$ , где  $\mu = \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}$  – наценка к издержкам. Далее через малые буквы  $p$  мы будем обозначать логарифм цен, например  $p_{H,t}^* \equiv \ln(P_{H,t}^*)$ .

Но в каждый период времени  $t$  определённая доля фирм  $\omega \in (0; 1)$  вынуждена сохранять предписанную контрактами цену. И лишь оставшиеся могут установить оптимальную цену. Тогда каждая фирма, которая имеет возможность установить цену, выбирает не цену  $p_{H,t}^*$ , оптимальную в данный момент времени, но некоторую долгосрочную цену  $\bar{p}_{H,t}$ , которая будет минимизировать дисконтированную (с учётом вероятности неизменности цен  $\omega$ ) ожидаемую величину потерь

$$S(\bar{p}_{H,t}) = \sum_{s=0}^{\infty} (\beta\omega)^s E \left[ (\bar{p}_{H,t} - p_{H,t+s}^*)^2 \right] \rightarrow \min \quad (14)$$

Минимизация функции потерь (14) даёт выражение для установления оптимальной цены  $\bar{p}_{H,t} \sum_{s=0}^{\infty} (\beta\omega)^s = \sum_{s=0}^{\infty} (\beta\omega)^s E[p_{H,t+s}^*]$ . Откуда получаем:

$$\bar{p}_{H,t} = (1 - \beta\omega) \sum_{s=0}^{\infty} (\beta\omega)^s E[\mu + mc_{t+s}] \quad (15)$$

Выражение (15) есть решение уравнения  $\bar{p}_{H,t} = (1 - \beta\omega)(\mu + mc_t) + \beta\omega E[\bar{p}_{H,t+1}]$  при  $|\beta\omega| < 1$ .

В итоге уровень цен на отечественные товары определяется как средневзвешенное гибких и неизменных цен  $p_{H,t} = \omega p_{H,t-1} + (1 - \omega)\bar{p}_{H,t}$ . Напомним, что  $\omega$  – мера негибкости (инерционности) цен, представляет собой долю фирм с жесткими ценами. С учетом этого получаем выражение для цен  $\frac{p_{H,t} - \omega p_{H,t-1}}{(1-\omega)} = (1 - \beta\omega)(\mu + mc_t) + \beta\omega E \left[ \frac{p_{H,t+1} - \omega p_{H,t}}{(1-\omega)} \right]$ . Или в терминах инфляции отечественных товаров:

$$\begin{aligned} \pi_{H,t} &\equiv p_{H,t} - p_{H,t-1} = \\ &= \kappa \cdot mc_t + \beta E[\pi_{H,t+1}], \end{aligned} \quad (16)$$

где  $mc_t = \mu + mc_t - p_{H,t}$  – реальные предельные издержки с надбавкой  $\mu$ , а  $\kappa = \frac{(1-\omega)(1-\beta\omega)}{\omega}$  – параметр, отражающий негибкость цен.

Для получения явного выражения предельных издержек  $MC = \frac{\partial(WL)}{\partial Y} = \frac{\partial WL}{\partial L} \frac{\partial L}{\partial Y} = \frac{\frac{\partial WL}{\partial L}}{\frac{\partial Y}{\partial L}}$  нам необходимо задать производственную функцию. Для моделирования экономики в краткосрочном периоде будем использовать функцию Кобба-Дугласа без капитала:

$$Y = AL^\alpha \quad (17)$$

где  $Y$  – объём реального (дефлированного) ВВП,  $L$  – количество занятых,  $A$  – совокупная факторная производительность, а  $\alpha \in (0; 1)$  – эластичность ВВП по труду.

В условиях несовершенной конкуренции на рынке труда ставка заработной платы не фиксирована для фирм. Тогда, задав эластичность заработной платы по труду  $\varepsilon_L^W = \frac{\partial W}{\partial L} \frac{L}{W}$  и производственную функцию (17), получаем предельные издержки  $MC_t = \frac{w_t(1+\varepsilon_L^W)}{\alpha Y_t/L_t}$  и реальные предельные издержки:

$$MCR_t = \frac{W_t(1 + \varepsilon_L^W)}{P_t \alpha Y_t/L_t} \quad (18)$$

Производственная функция (17) задаёт ВВП со стороны предложения. Со стороны спроса ВВП определяется через «основное макроэкономическое тождество» как совокупный спрос разных секторов экономики:

$$Y_t \equiv AC_t + C_{H,t} + E_t \quad (19)$$

где  $AC_t$  – автономное потребление, состоящее из государственных расходов и инвестиций;  $E_t$  – объём экспорта.

В известных нам DSGE-моделях малой открытой экономики предполагается так называемое международное распределение рисков (Гали, Моначелли, 2005). Оно опирается на предпосылку о полных рынках, существовании финансовых активов Эрроу и свободный доступ к ним. В представленной ниже модели экспорта мы будем использовать модель спроса в условиях монополистической конкуренции, а именно выражение (13). Тогда спрос на отечественный экспорт описывается уравнением:

$$E_t = \gamma \left( \frac{P_{H,t}}{S_t P_{W,t}} \right)^{-\vartheta} Y_{W,t} \quad (20)$$

где  $Y_{W,t}$  – мировой ВВП;  $P_{W,t}$  – мировые цены;  $\vartheta$  – параметр предпочтений к диверсификации внешней потребительской корзины.

### Финансовые рынки

Из условий (4) и (5) выводится уравнение непокрытого паритета процентных ставок (UIP), уравнивающее доходности активов в национальной и иностранных валютах:

$$\frac{1 + R_t}{1 + R_t^W} = \frac{E[S_{t+1}]}{S_t} \quad (21)$$

Уравнение (21) можно записать в логарифмах как  $s_t = E[s_{t+1}] + (R_t^W - R_t)$ , где  $s_t = \ln S_t$ . Таким образом, драйверами обменного курса могут выступать и девальвационные ожидания, и процентный арбитраж.

Закон единой цены предполагает, что внутренние цены на импортные товары  $P_{F,t}$  устанавливаются на основе мировых цен  $P_{W,t}$  как:

$$P_{F,t} = S_t P_{W,t} \quad (22)$$

Центральные банки проводят процентную политику в соответствии с так называемым правилом Тейлора (Тейлор, 1993):

$$R_t - \pi_t = r^n + q_\pi(\pi_t - \pi^T) + q_y \tilde{Y}_t, \quad (23)$$

где  $\tilde{Y}_t$  – разрыв выпуска, процентное отклонение ВВП от своего равновесного состояния;  $\pi^T$  – целевой уровень инфляции.

Правило Тейлора (23) указывает на то, что реальная (за вычетом инфляции) базовая ставка должна повышаться при превышении инфляцией своего целевого значения и при положительном разрыве выпуска. Принцип Тейлора утверждает, что для стабилизации экономики реакция ставки процента на отклонение инфляции от таргета должна быть больше 1 ( $q_\pi > 1$ ).

Поскольку ставка процента не может изменяться слишком часто и резко в ответ на изменения экономической конъюнктуры, Центральные банки сглаживают изменения процентной ставки (Чернявский, Муканов, 2017):

$$R_t = (1 - \rho_R) \times (r^n + \pi_t + q_\pi(\pi_t - \pi^T) + q_y \tilde{Y}_t) + \rho_R R_{t-1}. \quad (24)$$

Такая стабилизационная процентная политика направлена на достижение равновесия  $\tilde{Y}_t = 0$ ,  $\pi_t = \pi^T$ ,  $\bar{R} = r^n + \pi^T$ .

### Лог-линейная аппроксимация

Далее процентное отклонение переменных от своих равновесных значений будем обозначать «волной». Например,  $\tilde{C}_t = \ln \frac{C_t}{\bar{C}}$  – процентное отклонение потребления домашних хозяйств от равновесия  $\bar{C}$ .

При линеаризации будем пользоваться аппроксимациями:

- 1)  $\ln(1 + \tilde{x}_t) \approx \tilde{x}_t$  или  $e^{\tilde{x}_t} \approx 1 + \tilde{x}_t$ ;
- 2)  $x_t \approx \bar{x}(1 + \tilde{x}_t)$ ;
- 3)  $x_t^a \approx \bar{x}^a(1 + a\tilde{x}_t)$  и  $E[ae^{b\tilde{x}_t}] \approx a + bE[\tilde{x}_t]$ ;
- 4) для малых  $\tilde{x}_t, \tilde{y}_t$  их произведение  $\tilde{x}_t \cdot \tilde{y}_t \approx 0$ .

Перепишав уравнение (6) как  $\beta \left( E \left[ \frac{C_{t+1}}{\bar{C}} \right] \frac{\bar{C}}{C_t} \right)^{-\sigma} = \frac{(1+E[\pi_{t+1}])}{(1+R_t)}$  и прологарифмировав его, получаем динамический вариант уравнения IS:

$$\ln \beta - \sigma(E[\tilde{C}_{t+1}] - \tilde{C}_t) = E[\pi_{t+1}] - R_t \quad (25)$$

Таким образом, в стационарном состоянии ( $\pi_t = \pi^T$  и  $\tilde{Y}_t = \tilde{C}_t = 0$ ) естественная ставка процента  $r^n$  должна удовлетворять условию  $r^n = -\ln \beta$ .

Выражение для занятости (8) аппроксимируем следующим образом  $\Phi(\bar{L}(1 + \tilde{L}_t))^\varphi = (\bar{C}(1 + \tilde{C}_t))^{-\sigma} \bar{w}(1 + \tilde{w}_t)$ . С учётом условия равновесия  $\Phi\bar{L}^\varphi = \bar{C}^{-\sigma}\bar{w}$  получаем  $(1 + \tilde{L}_t)^\varphi = (1 + \tilde{C}_t)^{-\sigma}(1 + \tilde{w}_t)$ . Наконец, после логарифмирования получаем запись функции предложения труда через переменные отклонения:

$$\varphi\tilde{L}_t = -\sigma\tilde{C}_t + \tilde{w}_t \quad (26)$$

Спрос на деньги в равновесии определяется равенством  $\Psi\bar{m}^{-\psi}\bar{C}^\sigma = \frac{\bar{R}}{1+\bar{R}}$ . Тогда выражение 0 можно свести к  $-\psi\tilde{m}_t + \sigma\tilde{C}_t = \left(\frac{R_t}{1+R_t}\right) / \left(\frac{\bar{R}}{1+\bar{R}}\right)$ . А поскольку при низких ставках процента  $R_t\bar{R} \approx 0$ ,  $\left(\frac{R_t}{1+R_t}\right) / \left(\frac{\bar{R}}{1+\bar{R}}\right) \approx \frac{R_t}{\bar{R}}$ . Тогда итоговая лог-линейная запись для функции спроса на деньги имеет вид:

$$\tilde{m}_t = \frac{1}{\psi} + \frac{\sigma}{\psi}\tilde{C}_t - \eta R_t \quad (27)$$

где  $\eta = \frac{1}{\psi\bar{R}}$ .

Можно отметить, что динамика переменных отклонений не зависит от параметров функции полезности  $\Psi$  и  $\Phi$ . Кроме того, обращает внимание, что потребление оказывается независимым от денежного спроса и предложения труда, а они оба зависят от потребления.

Производственная функция (17) аппроксимируется как:

$$\tilde{Y}_t = \tilde{A}_t + \alpha\tilde{L}_t \quad (28)$$

Линеаризацию основного макроэкономического тождества (19) проведём следующим образом:

$$\frac{Y_t}{\bar{Y}} = \frac{A_t}{\bar{Y}} \frac{\bar{A}C}{\bar{A}C} + \frac{C_{H,t}}{\bar{Y}} \frac{\bar{C}_H}{\bar{C}_H} + \frac{E_t}{\bar{Y}} \frac{\bar{E}}{\bar{E}}$$

Принимая во внимание, что  $\frac{z_t}{\bar{z}} = 1 + \tilde{z}_t$ , получаем:

$$\tilde{Y}_t = (1 - w_{CH} - w_E)\tilde{A}C_t + w_{CH}\tilde{C}_{H,t} + w_E\tilde{E}_t \quad (29)$$

где  $w_{CH}$ ,  $w_E$  – доли потребления домашними хозяйствами отечественных товаров и экспорта в ВВП.

Для вывода следующих выражений удобно ввести две новые переменные: реальный обменный курс  $RER = \frac{P_F}{P}$  и условия торговли  $Q = \frac{P_{F,H}}{P_H}$ .<sup>3</sup> Далее мы будем использовать их логарифмы:

$$rer_t = p_{W,t} + s_t - p_t \quad (30)$$

$$q_t = p_{W,t} + s_t - p_{H,t} \quad (31)$$

Закон единой цены (22) в линейном виде:  $p_{F,t} = s_t + p_{W,t}$ . А для динамики цен -  $\pi_{F,t} = \Delta s_t + \pi_{W,t}$ . Из (30) можно выразить темп девальвации валюты  $\Delta s_t = \Delta rer_t + \pi_t - \pi_{W,t}$ . Тогда динамика инфляции на импортируемые товары задается уравнением:

$$\pi_{F,t} = \Delta rer_t + \pi_t \quad (32)$$

Лог-линейное приближение<sup>4</sup> для индекса потребительских цен (10) есть:

$$p_t \approx (1 - \delta)p_{H,t} + \delta p_{F,t} \quad (33)$$

Потребительская инфляция может быть записана как:

$$\pi_t = (1 - \delta)\pi_{H,t} + \delta \cdot \pi_{F,t} \quad (34)$$

Из приближения (33) и определения реального обменного курса следует  $p_t = p_{H,t} + \delta q_t$ . Кроме того, из (30) и (31) следует  $rer_t = q_t + p_{H,t} - p_t$ . Тогда окончательно запишем связь между реальным обменным курсом и условиями торговли:

$$rer_t = (1 - \delta)q_t \quad (35)$$

<sup>3</sup> Обычно в макроэкономике под условиями торговли понимают соотношение экспортных и импортных цен. Но в DSGE-моделях для удобства принята терминология, использованная нами (Galí, 2008: 155).

<sup>4</sup> Данное выражение легко получить для частного случая  $\theta = 1$ . Тогда ценовой агрегат  $P = \left((1 - \delta)P_H^{1-\theta} + \delta P_F^{1-\theta}\right)^{\frac{1}{1-\theta}}$  сводится к  $P = P_H^{1-\delta} P_F^\delta$ .



Аппроксимация для экспорта (20) (вблизи состояния  $q_t = 0$ ) с учетом (31) равна:

$$\tilde{E}_t = \vartheta q_t + \tilde{Y}_{W,t} \quad (36)$$

Процентные отклонения для потребления отечественных 0 и импортных (12) и импортных (13) товаров рассчитаем относительно состояния  $\frac{P_{H,t}}{P_t} = \frac{P_{F,t}}{P_t} = 1$ . Тогда с учетом (30) и (33) получаем:

$$\tilde{C}_{H,t} = \tilde{C}_t + \theta \delta q_t \quad (37)$$

$$\tilde{C}_{F,t} = \tilde{C}_t - \theta r e r_t \quad (38)$$

Из (30) следует  $\Delta s_t = \Delta r e r_t - \pi_{F,t} + \pi_t$ . Тогда из уравнения UIP (21) получаем:

$$\begin{aligned} r e r_t &= E[r e r_{t+1}] + \\ &+ (R_t^W - E[\pi_{t+1}^W]) - \\ &- (R_t - E[\pi_{t+1}]) + \rho^* \end{aligned} \quad (39)$$

где  $\rho^*$  – страновая премия за риск.

### Итоговая модель

Получившаяся DSGE-модель включает 15 уравнений.

Совокупный спрос (29):

$$\tilde{Y}_t = w_{CH} \tilde{C}_{H,t} + w_E \tilde{E}_t + e_{Y,t}$$

где  $e_{Y,t} = (1 - w_{CH} - w_E) \tilde{A} \tilde{C}_t$  – экзогенный шок автономного потребления (государственных расходов и/или инвестиций).

Совокупное предложение (28):

$$\tilde{Y}_t = \tilde{A}_t + \alpha \tilde{L}_t$$

В уравнении (25) учтём стремление домашних хозяйств сглаживать потребление и получим динамический вариант уравнения IS:

$$\begin{aligned} \tilde{C}_t &= \rho_C \tilde{C}_{t-1} + \\ &+ (1 - \rho_C) E[\tilde{C}_{t+1}] + \\ &+ \frac{1}{\sigma} (E[\pi_{t+1}] - R_t + \rho) + e_{C,t} \end{aligned} \quad (40)$$

где  $\rho = -\ln \beta$ .

Внешний спрос (экспорт) (36):

$$\tilde{E}_t = \vartheta q_t + \tilde{Y}_{W,t}$$

Внутреннее потребление отечественных товаров (37):

$$\tilde{C}_{H,t} = \tilde{C}_t + \theta \delta q_t$$

Импорт (38):

$$\tilde{C}_{F,t} = \tilde{C}_t - \theta r e r_t$$

Функция спроса на деньги (27):

$$\tilde{m}_t = \eta(r^n + \pi^T) + \frac{\sigma}{\psi} \tilde{C}_t - \eta R_t$$

Предложение труда (26):

$$\tilde{L}_t = \frac{1}{\varphi} (\tilde{w}_t - \sigma \tilde{C}_t)$$

Гибридный вариант НКРС (Гали, Гертлер, 1999) учитывает инерционность формирования инфляционных ожиданий:

$$\begin{aligned} \pi_{H,t} &= \kappa \cdot \tilde{m} \tilde{c} r_t + \\ &+ \beta E[\pi_{H,t+1}] + \rho_{\pi H} \pi_{H,t-1} \end{aligned} \quad (41)$$

В уравнение импортируемой инфляции (32) также добавим инерционность:

$$\begin{aligned} \pi_{F,t} &= \rho_{\pi F} \pi_{F,t-1} + \\ &+ (1 - \rho_{\pi F})(r e r_t - r e r_{t-1} + \pi_t) \end{aligned}$$

Уравнение для индекса потребительских цен (34):

$$\pi_t = (1 - \delta) \pi_{H,t} + \delta \cdot \pi_{F,t} + e_{\pi,t}$$

Реальные предельные издержки (18) в терминах отклонений:

$$\tilde{m} \tilde{c} r_t = \tilde{w}_t - \tilde{Y}_t + \tilde{L}_t \quad (42)$$

Уравнение Тейлора (24) для номинальной процентной ставки:

$$\begin{aligned} R_t &= (1 - \rho_R)(r^n + \pi_t + q_\pi(\pi_t - \pi^T) + q_y \tilde{Y}_t) + \\ &+ \rho_R R_{t-1} + e_{R,t} \end{aligned}$$

Уравнение UIP в терминах реального обменного курса (39):

$$rer_t = E[rer_{t+1}] + (R_t^W - E[\pi_{t+1}^W]) - (R_t - E[\pi_{t+1}]) + \rho^*$$

Связь реального обменного курса и условий торговли (35):

$$rer_t = (1 - \delta)q_t$$

В выражениях выше мы ввели следующие источники шоков для модели:

- шок автономного спроса  $e_{Y,t}$
- шок потребительского спроса  $e_{C,t}$
- шок совокупной факторной производительности  $\tilde{A}_t$
- шок мировых цен  $\pi_{W,t}$
- шок внешнего спроса  $\tilde{Y}_{W,t}$
- шок базовой ставки НБК  $e_{R,t}$
- шок мировой процентной ставки  $R_t^W$
- шок в премии за риск  $\rho^*$
- ценовой шок  $e_{\pi,t}$

Перечисленные шоки моделируются уравнениями авторегрессии 1-го порядка.

### Байесовское оценивание

Как было сказано в начале статьи, байесовские методы (ДеЙонг, Дэйв, 2011) и (Микушева, 2017) становятся всё более распространённым способом оценивания параметров DSGE-моделей. На наш взгляд, подход становится всё более популярным отчасти потому, что может быть использован в условиях коротких временных рядов и/или структурных сдвигов. Это достигается за счет того, что для оценивания используются не только статистические данные, но и априорные суждения: положения экономической теории, экспертные суждения, результаты предыдущих исследований, в том числе зарубежных.

Априорные знания задаются в виде функций плотности распределения  $f(\theta)$  неизвестных

параметров  $\theta$ . Далее на основе имеющихся наблюдений по формуле Байеса рассчитывается функция апостериорного распределения:

$$f(\theta|y) = \frac{f(y|\theta)f(\theta)}{f(y)} \propto L(y|\theta)f(\theta),$$

где  $f(y)$  – функция плотности распределения наблюдений;  $f(\theta)$  – функция априорного распределения параметров;  $f(y|\theta) = L(y|\theta)$  – функция правдоподобия. Для получения точечных оценок рассчитывают математическое ожидание, медиану или моду апостериорного распределения  $f(\theta|y)$ .

В качестве априорных распределений принято использовать следующие функции (рисунок 1):

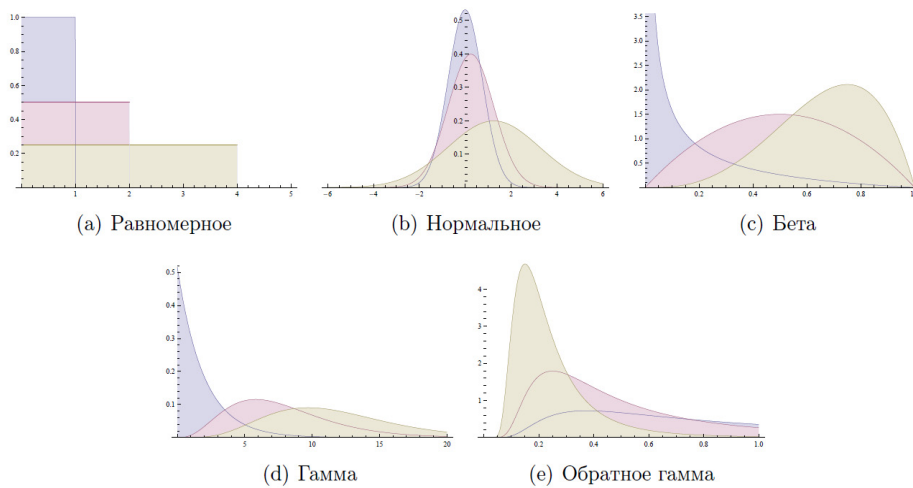
- для положительных параметров моделей – гамма-распределение, для остальных – нормальное распределение (реже – равномерное);
- для коэффициентов, которые принимают значения от 0 до 1, – бета-распределение;
- для среднеквадратических отклонений – обратное гамма-распределение.

При этом априорные значения дисперсии задаются обычно максимально возможными, чтобы не сужать диапазон оценивания.

Для определения параметров были использованы статистические данные Комитета по статистике и Национального банка. Для оценки параметров внешнего сектора в качестве проху-переменных использовались ставка ФРС США, темпы роста ВВП и ИПЦ США (данные International financial statistics МВФ).

Сезонность устранялась методом Census X-12 в пакете EViews 8. Тренд-циклическая составляющая исключалась там же фильтром Ходрика-Прескотта со стандартным для квартальных данных параметром  $\lambda = 1600$ .

Доля экспорта в ВВП  $w_E$  откалибрована на уровне среднего значения за период 1995-2018 гг.



**Рисунок 1** – Вид функций распределения, используемых при байесовском оценивании  
Источник: Джонс, Кулиш, 2014: 38

Доля импорта в потреблении домашних хозяйств  $\delta$  была оценена в 12.8% на основе таблиц «ресурсы-использования». Исходя из структуры ВВП по использованию, средняя доля потребления домашними хозяйствами отечественных товаров в ВВП составила 41%.

Цель по инфляции  $\pi^T$  примем 1.25% в квартал. Естественную ставку процента  $r^n - 1\%$  в квартал. Исходя из условия  $r^n = -\ln\beta$ , получаем  $\beta = 0.99$  (в литературе он оценивается от 0.97 до 0.98) и  $\rho = 0.01$ .

Эластичность выпуска по труду ранее мы оценивали на уровне 0.185. Эластичности внутреннего и внешнего спросов по ценам мы зададим на уровне 1.

В литературе (Зарецкий, 2012; Mukhamediyev, 2013; Mukhamediyev, 2014) параметр  $\sigma$  обычно калибруется близко к 1. Наши предыдущие байесовские оценки показывали большой разброс – от 0.9 до 6. Примем априорное значение параметра 1 с широким коридором оценивания.

Параметр  $\varphi$ , как правило, калибруется от 1 до 3 (Зарецкий, 2012). Для Казахстана, в виду значительной инерционности рынка труда, он калибровался на уровне 2.5 – 3 (Mukhamediyev, 2013; Mukhamediyev, 2014). Оценки в (Ишуова, 2013: 95) оказались выше 7. Априорное значение мы зададим 3 с большим среднеквадратичным отклонением.

В исследовании Кучеренко (2009) эластичность спроса на деньги (агрегат М3) по доходу оценена на уровне 2.82, по проценту – -0.04. Соответственно, мы зададим  $\psi = 1/3$ ,  $\eta = 0,04$ .

Параметр Кальво  $\kappa = \frac{(1-\omega)(1-\beta\omega)}{\omega}$  зависит от доли фирм с инерционными ценами  $\omega$ . Для США этот параметр калибруется на уровне 2/3 (Гали, 2008: 52). Это означает, что в среднем цены остаются фиксированными на протяжении 3 кварталов ( $\kappa = 0,17$ ). Для Казахстана можно ожидать, что цены более гибкие, по крайней мере в сторону повышения. Например,  $\omega = 0,7$  в (Mukhamediyev, 2014) и  $\kappa = 0,12$  (Mukhamediyev, 2013). Исходя из оценки  $\omega = 0,7$  и  $\beta = 0,99$ , мы установим параметр  $\kappa = 0,132$ .

Ранее мы уже оценивали степень инерционности индекса потребительских цен на уровне 0.06. Это значение мы будем использовать для априорного среднего инфляции импортируемых товаров  $\rho_{\pi F}$ , а параметр  $\rho_{\pi H}$  зададим на уровне  $1 - \beta$ . Параметры денежно-кредитной политики НБК зададим на основе (Чернявский, Муканов, 2017): приверженности цели по инфляции  $q_\pi - 2.5$ , приверженности цели по разрыву выпуска  $q_y - 0.5$ , степени инерционности базовой ставки  $\rho_R - 0.75$ .

Страновой риск откалибруем как среднее значение на периоде с 2010 по 2018 гг. для выражения  $(R_t - [\pi_{t+1}]) - (R_t^W - \pi_{t+1}^W)$ .

**Таблица 1** – Параметры априорных распределений и апостериорная оценка коэффициентов модели

Параметр	Экономический смысл	Распределение	Априорное		Апостериорное среднее
			Среднее	СКО	
$w_{CH}$	Доля потребления домохозяйствами отечественных товаров в ВВП	Бета	0.41	0.03	0.4059
$w_E$	Доля экспорта в ВВП	Бета	0.38	0.08	0.3648
$\alpha$	Эластичность ВВП по труду	Бета	0.185	0.1	0.1014
$\sigma$	Величина, обратная межвременному замещению потребления	Гамма	1	0.9	10.1981
$\rho$	Норма дисконтирования	Бета	0.01	0.005	0.0101
$\vartheta$	Эластичность внешнего спроса по ценам	Гамма	1	0.9	1.2293
$\theta$	Эластичность внутреннего спроса по ценам	Гамма	1	0.9	1.0845
$\psi$	Эластичность полезности по денежному запасу	Гамма	1/3	0.3	0.2991
$\eta$	Эластичность спроса на деньги по ставке процента	Гамма	0.04	0.03	0.0394
$\varphi$	Величина обратная эластичности предложения труда по заработной плате	Гамма	3	2.9	17.8772
$\kappa$	Параметр Кальво для отечественных товаров	Гамма	0.132	0.13	2.0609
$\rho_{\pi F}$	Мера инерционности инфляции на импортируемые товары	Бета	0.06	0.05	0.0203
$\rho_{\pi H}$	Мера инерционности инфляции на отечественные товары	Бета	0.01	0.005	0.0090
$q_{\pi}$	Мера приверженности Нацбанка борьбе с инфляцией	Гамма	2.5	1	4.0241
$q_{\gamma}$	Мера приверженности Нацбанка задаче стабилизации выпуска	Гамма	0.5	0.2	0.4683
$\rho_R$	Мера инерционности базовой ставки НБК	Бета	0.75	0.1	0.2813
$\rho^*$	Страновой риск	Нормальное	0.0193	0.01	0.0202
$\delta$	Доля импортных товаров в потребительской корзине	Бета	0.128	0.1	0.2967

Для оценки степени инерционности переменных и инерционности шоков оценивались модели ARMA(1;1). Коэффициент при AR(1) использовался в качестве априорной средней параметра (например, для задания априорного среднего параметра  $\rho_C$ ), стандартная ошибка при AR(1) – для априорного среднеквадратичного

отклонения. Аналогично оценки при MA(1) – для задания интенсивности шоков (например, для параметра  $\rho_{eC}$ ).

Для параметров отечественной экономики оценивание проводилось на периоде с 2015 по 2018 гг., для внешнего сектора – с 2010 по 2018 гг.

**Таблица 2** – Параметры априорных распределений и апостериорная оценка характеристик шоковых воздействий

Параметр	Экономический смысл	Распределение	Априорное		Апостериорное среднее
			Среднее	СКО	
$\rho_C$	Инерционность потребления	Бета	0.81	0.1	0.9368
$\rho_{eY}$	Инерционность шока автономного спроса $e_{Y,t}$	Бета	0.62	0.2	0.5969
$\rho_{eC}$	Инерционность шока потребительского спроса $e_{C,t}$	Бета	0.08	0.05	0.0777
$\rho_A$	Инерционность шока совокупной факторной производительности $\tilde{A}_t$	Бета	0.87	0.07	0.8248
$\rho_{\pi W}$	Инерционность шока мировых цен $\pi_{W,t}$	Бета	0.61	0.14	0.6494
$\rho_{YW}$	Инерционность шока внешнего спроса $\tilde{Y}_{W,t}$	Бета	0.1	0.05	0.1068
$\rho_{eR}$	Инерционность шока базовой ставки НБК $e_{R,t}$	Бета	0.95	0.02	0.9565
$\rho_{RW}$	Инерционность шока мировой процентной ставки $R_t^W$	Бета	0.93	0.05	0.8983
$\rho_{e\pi}$	Инерционность ценового шока $e_{\pi,t}$	Бета	0.65	0.19	0.9881

Параметр	Экономический смысл	Распределение	Априорное		Апостериорное среднее
			Среднее	СКО	
$\sigma_{eY}$	Среднеквадратичное отклонение шока автономного спроса $e_{Y,t}$	Обратное Гамма	0.02	Inf	0.0437
$\sigma_{eC}$	Среднеквадратичное отклонение шока потребительского спроса $e_{C,t}$	Обратное Гамма	0.02	Inf	0.0141
$\sigma_A$	Среднеквадратичное отклонение шока совокупной факторной производительности $\tilde{A}_t$	Обратное Гамма	0.06	Inf	0.0126
$\sigma_{\pi W}$	Среднеквадратичное отклонение шока мировых цен $\pi_{W,t}$	Обратное Гамма	0.43	Inf	0.3348
$\sigma_{YW}$	Среднеквадратичное отклонение шока внешнего спроса $\tilde{Y}_{W,t}$	Обратное Гамма	0.39	Inf	0.1932
$\sigma_{eR}$	Среднеквадратичное отклонение шока базовой ставки НБК $e_{R,t}$	Обратное Гамма	0.1	Inf	0.6579
$\sigma_{RW}$	Среднеквадратичное отклонение шока мировой процентной ставки $R_t^W$	Обратное Гамма	1.6	Inf	0.3657
$\sigma_{e\pi}$	Среднеквадратичное отклонение ценового шока $e_{\pi,t}$	Обратное Гамма	0.46	Inf	1.0896

## Результаты и обсуждения

Байесовское оценивание проводилось в пакете Dynare для Matlab на квартальных данных с 2010 по 2018 гг. Оценки приведены в Таблицах 1 и 2, в столбце «апостериорное среднее».

В целом апостериорные оценки параметров не сильно отличаются от априорных средних. В полученных оценках обращает на себя внимание следующее.

Эластичность внешнего спроса оказывается большей, чем внутреннего, что кажется разумным.

Эластичность выпуска по труду  $\alpha$  оказалась практически в 2 раза ниже заданного априорного значения. А параметр  $\varphi$ , обратный эластичности предложения труда по реальной заработной плате, оказался гораздо выше известных оценок. Оба результата свидетельствуют о значительной инерционности рынка труда в Казахстане. По сути, из полученных результатов следует, что рынок труда «оторван» от реального сектора.

Параметр Кальво  $k$  свидетельствует о гораздо большей гибкости цен, чем мы предполагали до исследования. Возможно, это связано с монополизацией экономики и/или отсутствием практики долгосрочных контрактов и, соответственно, высокой возможностью производителей перекладывать издержки в

цены. Этот вопрос требует отдельного исследования.

Из полученных оценок параметров денежно-кредитной политики можно сделать вывод о значительной приверженности НБК целям стабилизации инфляции (4 против 2.5). Низкое значение (0.29 против 0.75) инерционности базовой ставки НБК отчасти компенсируется высокой устойчивостью шоков процентной политики (0.96).

Полученные оценки могут быть уточнены в будущем по мере накопления статистики на периоде после перехода к инфляционному таргетированию.

Оценённая доля импортных товаров оказалась в несколько раз больше оценок, полученных на основе национальных счетов (почти 30% против 12.8%). Для сравнения: в России Центральный банк оценивает долю импортных товаров в потребительской корзине на уровне 44%.

Полученные точечные оценки параметров использовались для проведения сценарных расчетов. Как это принято в практике DSGE-моделирования, результаты расчетов приведём в виде «функций отклика» (IRF – impulse response function). Функции отклика показывают отклонение моделируемых переменных от своих равновесных значений при внешнем (по отношению к модели) шоке.

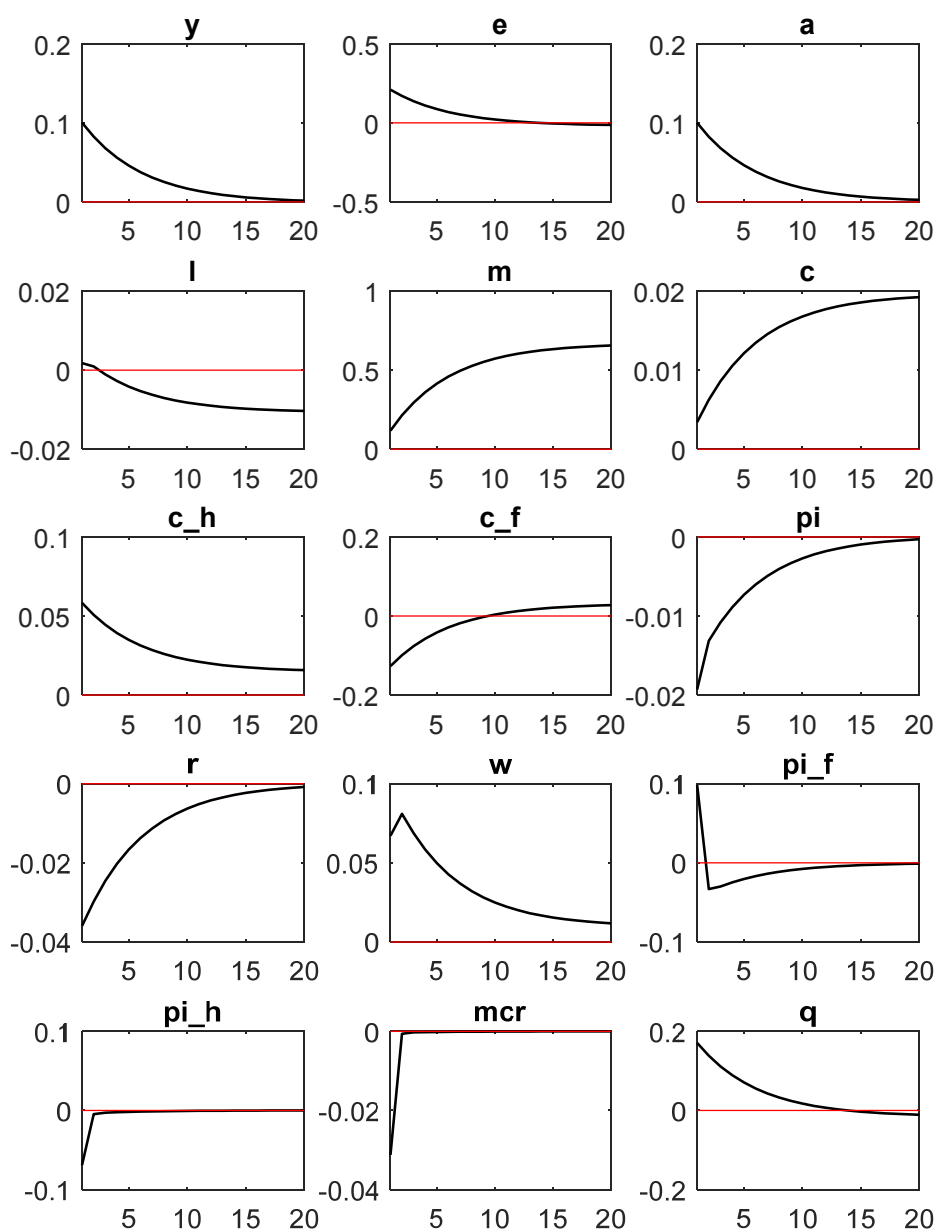


Рисунок 2 – Функция отклика для шока совокупной факторной производительности

Так, при временном росте совокупной факторной производительности (Рисунок 2) увеличивается национальный доход и его компоненты (экспорт и потребление отечественных товаров). Потребительский импорт временно снижается. Росту экспорта и снижению импорта способствует также обесценение тенге.

За счет повышения производительности снижаются предельные издержки производства, что влечет снижение индекса потребительских цен (и индекса цен на отечественные товары). Как следствие, Национальный банк понижает

номинальную ставку процента. Последнее вызывает временное ослабление национальной валюты и рост импортных цен.

На фоне роста потребительских цен увеличивается реальная заработная плата. Следствием роста заработной платы и национального дохода повышается занятость.

При росте совокупного спроса, например, увеличении госзакупок, в краткосрочном периоде происходит рост цен и вытеснение потребительских расходов. Нацбанк повышает базовую ставку, что приводит к реальному

укреплению тенге, временному снижению экспорта и росту импорта.

Также были проведены следующие сценарные расчеты.

Рост цен, например, вследствие повышения налогов или тарифов, вызывает скачок инфляции, что вынуждает НБК поднять процентную ставку. Эти два фактора вызывают сокращение потребления, ВВП, экспорта и увеличивают импорт.

Рост внешнего спроса стимулирует экспорт и укрепляет национальную валюту, что вначале повышает импорт. Однако затем рост инфляции на фоне увеличения совокупного спроса заставляет денежный регулятор повысить базовую ставку. Следствием становится снижение потребления домашних хозяйств.

Ужесточение процентной политики Нацбанка вызывает снижение ВВП и потребительских расходов. Снижение инфляции и укрепление национальной валюты приводит к снижению экспорта и временному росту импорта. Результатом является то, что в итоге денежному регулятору необходимо будет понижать базовую ставку – результат, который был получен нами в более простой версии модели (Шульц, Ошакбаев, 2018). Повышение ставки процента за рубежом вызывает девальвацию национальной валюты, что ведёт к росту цен внутри страны. Как следствие, НБК поднимает процент. Расходы населения снижаются, а экспорт увеличивается. В целом ВВП и занятость немного вырастают.

### Заключение

В статье представлена DSGE-модель Казахстана. Особенностью подхода является использование неокейнсианского микроэкономического фундамента, учитывающего провалы рынка. Это обстоятельно, на наш взгляд, обосновывает

его привлекательность для моделирования постпереходных экономик.

Параметры модели были оценены с помощью байесовских методов. Преимуществом подхода является возможность получения не только точечных оценок параметров, но и функций распределения параметров. При этом функции распределения, как правило, отличаются от классического нормального распределения.

Основные выводы из полученных байесовских оценок касаются рынка труда – он характеризуется значительной инерционностью. А цены, наоборот, – гибкостью. Оба обстоятельства отличают постпереходные экономики от развитых рыночных стран, в которых занятость и выпуск сильно связаны, а цены – негибки.

Проведенные сценарные расчеты соответствуют основным положениям экономической теории.

Важным прикладным результатом является следующий. Из проведённых сценарных расчетов следует, что для оценённых параметров ужесточение процентной политики приводит к ограничению экономической активности и снижению инфляции, а в итоге – к необходимости снижения ставки процента. Альтернативой может быть государственная политика, направленная на инновации и рост производительности. Она не только стимулирует социально-экономическое развитие, но и сдерживает рост цен.

Среди направлений дальнейших исследований можно выделить следующие:

- включение в модель инвестиций в основной капитал и параметров бюджетно-налоговой политики;
- учёт иррационального поведения и моделирование формирования инфляционных и девальвационных ожиданий;
- оптимизация параметров денежно-кредитной политики

### Литература

- 1 Blanchard O., Kiyotaki N. Monopolistic Competition and the Effects of Aggregate Demand // *The American Economic Review*. – 1987. – vol. 77. – no. 4, pp. 647-666.
- 2 Calvo G. Staggered Contracts in a Utility-Maximizing Framework // *Journal of Monetary Economics*. – 1983. - №12, pp. 383-398.
- 3 DeJong D., Dave C. *Structural Macroeconometrics*. 2nd edition. – Princeton: Princeton University Press. – 2011, 418 p.
- 4 Dixit A., Stiglitz J. Monopolistic competition and optimum product diversity // *American Economic Review*. – 1977. – vol. 67, pp. 297-308.
- 5 Gali J. *Monetary policy, inflation, and the business cycle: an introduction to the New Keynesian framework*. – Princeton University Press. – 2008, 203 p.
- 6 Gali J., Gertler M. Inflation dynamics: A structural econometric analysis // *Journal of Monetary Economics*. – 1999. – vol. 44, pp. 195-222.

- 7 Gali J., Monacelli T. Monetary Policy and Exchange Rate Volatility in a Small Open Economy // Review of Economic Studies. – 2005. - №72, pp. 707–734.
- 8 Hall R., Sargent T. Short-run and long-run effects of Milton Friedman's presidential address, <http://www.nber.org/papers/w24148>
- 9 Hamilton J. Why You Should Never Use the Hodrick-Prescott Filter, <http://www.nber.org/papers/w23429>
- 10 Heijdra B.J., Van Der Ploeg F. The Foundations of Modern Macroeconomics. – Oxford University Press. – 2002, 751 p.
- 11 Kydland F., Prescott E. Time to Build and Aggregate Fluctuations // Econometrica. – 1982. – vol. 50, pp. 1345-1370.
- 12 Lucas R.E. Econometric policy evaluation: a critique / Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy. – 1976. – vol. 1, pp. 19-46.
- 13 Mankiw G., Reis R. Friedman's presidential address in the evolution of macroeconomic thought, <http://www.nber.org/papers/w24043>
- 14 Mukhamediyev B. A Small Dynamic Stochastic General Equilibrium Model of the Economy of Kazakhstan // EcoMod. – 2013. – no. 5330.
- 15 Mukhamediyev B. Estimated DSGE Model for oil producing Economy of Kazakhstan // The Macrotheme Review. – 2014. – vol. 3. – no.3, pp. 1-13.
- 16 Rotemberg J. Sticky Prices in the United States // The Journal of Political Economy. – 1982. – vol. 90. – no. 6, pp. 1187-1211.
- 17 Smets F., Wouters R. Shocks and Frictions in US Business Cycles: A Bayesian DSGE Approach // American Economic Review. – 2007. – vol. 97(3), pp. 586-606.
- 18 Taylor J. Staggered Wage Setting in a Macro Model // The American Economic Review. – 1979. – vol. 69. – no. 2, pp. 108-113.
- 19 Taylor J. Discretion versus policy rules in practice, <http://web.stanford.edu/~johntayl/Papers/Discretion.PDF>
- 20 Джонс К., Кулиш М. DSGE-моделирование в пакете Dynare: практическое введение // Квантиль. – 2014. – №12. – С. 23-44.
- 21 Зарецкий А. Поиск оптимального варианта монетарной политики в Беларуси: результаты простой DSGE-модели, <http://www.research.by/webroot/delivery/files/wp2012r06.pdf>
- 22 Ишуова Ж.Ш. Моделирование динамического стохастического общего равновесия и оценка влияния денежно-кредитной политики на экономический рост в Республике Казахстан: дисс. д-ра философии (PhD): 6D050600. – Алматы. – 2013. – 162 с.
- 23 Кучеренко Е.Б. Моделирование спроса на деньги в Республики Казахстан // Экономическое обозрение. – 2009. – №2-3. – С. 15-19, [http://www.nationalbank.kz/content/publish849202\\_6270.pdf](http://www.nationalbank.kz/content/publish849202_6270.pdf)
- 24 Микушева А. Оценивание динамических стохастических моделей общего равновесия // Квантиль. – 2014. – №12. – С. 1-22.
- 25 Чернявский Д.О., Муканов Н.С. Внедрение правила денежно-кредитной политики в квартальную прогностическую модель Казахстана // Деньги и кредит. – 2017. – № 5. – С. 40-46.
- 26 Шульц Д.Н., Ошакбаев Р.С. Динамическая стохастическая модель общего равновесия Казахстана // Вестник Евразийской науки. – 2018. - №4, <https://esj.today/PDF/25ECVN418.pdf>

## References

- 1 Blanchard O., Kiyotaki N. (1987) Monopolistic Competition and the Effects of Aggregate Demand. The American Economic Review, vol. 77, no. 4, pp. 647-666.
- 2 Calvo G. (1983) Staggered Contracts in a Utility-Maximizing Framework. Journal of Monetary Economics, №12. pp. 383-398.
- 3 Cherniavskii D.O., Mukanov N.S. (2017) Vnedrenie pravila denezhno-kreditnoi politiki v kvartalnuu prognosticheskuiu model Kazakhstana [Implementation of the monetary policy rules in the quarterly forecast model of Kazakhstan]. Dengi i kredit, № 5, pp. 40-46.
- 4 DeJong D., Dave C. (2011) Structural Macroeconometrics, 2nd edition. Princeton: Princeton University Press, 418 p.
- 5 Dixit A., Stiglitz J. (1977) Monopolistic competition and optimum product diversity. American Economic Review, vol. 67, pp. 297-308.
- 6 Gali J. (2008) Monetary policy, inflation, and the business cycle: an introduction to the New Keynesian framework. Princeton University Press, 203 p.
- 7 Gali J., Gertler M. (1999) Inflation dynamics: A structural econometric analysis. Journal of Monetary Economics, vol. 44, pp. 195-222.
- 8 Gali J., Monacelli T. (2005) Monetary Policy and Exchange Rate Volatility in a Small Open Economy. Review of Economic Studies, №72, pp. 707-734.
- 9 Hall R., Sargent T. Short-run and long-run effects of Milton Friedman's presidential address, <http://www.nber.org/papers/w24148>
- 10 Hamilton J. (2017) Why You Should Never Use the Hodrick-Prescott Filter, <http://www.nber.org/papers/w23429>
- 11 Heijdra B.J., Van Der Ploeg F. (2002) The Foundations of Modern Macroeconomics. Oxford University Press, 751 p.
- 12 Ishuova Zh.Sh. (2013) Modelirovanie dinamicheskogo stohasticheskogo obshchego ravnovesiia i ochenka vliianiia denezhno-kreditnoi politiki na ekonomicheskii rost v Respublike Kazakhstan: diss. d-ra filosofii (PhD): 6D050600 [Modeling dynamic stochastic general equilibrium and assessing the impact of monetary policy on economic growth in the Republic of Kazakhstan: diss. Doctor of Philosophy (PhD): 6D050600]. Almaty, 162 p.



- 13 Johns K., Kulish M. (2014) DSGE-modelirovanie v pakete Dynare: prakticheskoe vvedenie [DSGE Modeling in Dynare: A Practical Introduction]. Kvantil, №12, pp. 23–44.
- 14 Kucherenko E.B. (2009) Modelirovanie sprosa na dengi v Respubliki Kazakhstan [Modeling the demand for money in the Republic of Kazakhstan]. Ekonomicheskoe obozrenie, №2-3, pp. 15-19, [http://www.nationalbank.kz/cont/publish849202\\_6270.pdf](http://www.nationalbank.kz/cont/publish849202_6270.pdf)
- 15 Kydland F., Prescott E. (1982) Time to Build and Aggregate Fluctuations. *Econometrica*, vol. 50, pp. 1345-1370.
- 16 Lucas R.E. (1976) Econometric policy evaluation: a critique. *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, vol. 1, pp. 19-46.
- 17 Mankiw G., Reis R. (2018) Friedman's presidential address in the evolution of macroeconomic thought, <http://www.nber.org/papers/w24043>
- 18 Mikusheva A. (2014) Ocenivanie dinamicheskikh stohasticheskikh modelei obshchego ravnovesiia [Estimation of dynamic stochastic general equilibrium models]. Kvantil, №12, pp. 1-22.
- 19 Mukhamediyev B. (2013) A Small Dynamic Stochastic General Equilibrium Model of the Economy of Kazakhstan. *EcoMod*, no. 5330.
- 20 Mukhamediyev B. (2014) Estimated DSGE Model for oil producing Economy of Kazakhstan. *The Macrotheme Review*, vol. 3, no.3, pp. 1-13.
- 21 Rotemberg J. (1982) Sticky Prices in the United States. *The Journal of Political Economy*, vol. 90, no. 6, pp.1187-1211.
- 22 Shults D.N., Oshakbaev R.S. (2018) Dinamicheskaiia stohasticheskaiia model obshchego ravnovesiia Kazakhstana [Dynamic stochastic general equilibrium model of Kazakhstan]. *Vestneyk Evraziiskoi nauki*. - №4, <https://esj.today/PDF/25ECVN418.pdf>
- 23 Smets F., Wouters R. (2007) Shocks and Frictions in US Business Cycles: A Bayesian DSGE Approach. *American Economic Review*, vol. 97(3), pp. 586-606.
- 24 Taylor J. (1979) Staggered Wage Setting in a Macro Model. *The American Economic Review*, vol. 69, no. 2, pp. 108-113.
- 25 Taylor J. (1993) Discretion versus policy rules in practice, <http://web.stanford.edu/~johntayl/Papers/Discretion.PDF>
- 26 Zaretckii A. (2012) Poisk optimalnogo varianta monetarnoi politiki v Belarusi: rezultaty prostoi DSGE-modeli [The search for the optimal variant of monetary policy in Belarus: the results of a simple DSGE model], <http://www.research.by/webroot/delivery/files/wp2012r06.pdf>