

Тураров Д.Р.  
**Инвестициялаудың  
динамикалық бағдарламалау  
моделінің көмегімен оңтайлы  
шешімін анықтау**

Бүгінде инвестициялық ресурстарды орналастыру кезеңі портфельді басқаруда ең басты болғандықтан, оның жүзеге асырылуы активтерді басқару механизмі ретінде қарастырылады. Біздің елімізде инвестицияның тәуекел деңгейіне қарасақ, пайданың болуы да, болмауы да ықтималдылықтары бар. Ресурстарды орналастырудың динамикалық механизмі өзінің әлеуетті артықшылықтары мен кемшіліктеріне қарамастан, кететін бірқатар мәселелерді шешуге қолдануы мүмкін. Динамикалық стратегиялардың арқасында инвестициялық менеджерлерге табыстылықты бөлудің жалпы құрылымын өзгертуге мүмкіндік пайда болады. Жиынтықтағы активтер типтерінің арақатынастарын динамикалық түрде өзгерте отырып, инвестор табыстылықтың төмендеу тәуекелімен бірге артықшылықтың өзгеруін бақылай алады. Сондықтан нарықты зерттесек, инвестициядан түсетін пайда нарықтың шартына тәуелді (жағымды немесе жағымсыз). Осыны ескере отырып, берілген мақалада инвестициялаудың динамикалық бағдарламалау моделінің элементтерінің көмегімен ең оңтайлы шешімі қарастырылған.

**Түйін сөздер:** портфельді басқару, ресурстарды алмастыру, динамикалық басқару, адаптивті, актив, инвестиция, динамикалық бағдарламалау.

Turarov D.R.  
**Models of dynamic programming  
to determine the optimal solution  
with the help of investment**

The main thing today in the management of the investment portfolio as well as the placement of investment resources in the period of its implementation is considered as asset management mechanism. If you look at the level of investment risk in our country, there is the probability of profit or lack thereof. Despite its potential advantages and disadvantages of dynamic resource allocation mechanism can be applied to a number of issues. Investment managers thanks to a dynamic strategy makes it possible to change the overall profitability of the distribution structure. In the dynamic form altering the types of relationships the amount of assets, the investor can monitor the benefits of reducing the risk of return. And it can directly enter in the strategy «to limit the risk of deficiency» and to harmonize the distribution of the yield structure most suitable. Therefore, to explore the market, the return on investment depends on market conditions (positive or negative). With this in mind, this article provides solutions using dynamic programming model of optimal investment elements.

**Key words:** portfolio management, exchange of resources, dynamic management, adaptive, asset investment, dynamic programming.

Тураров Д.Р.  
**Модели динамического  
программирования  
определение оптимального  
решения с помощью  
инвестирования**

Главное сегодня в управлении инвестиционным портфелем, так как размещение инвестиционных ресурсов в период ее реализации, рассматривается как механизм управления активами. Если посмотреть на уровень риска инвестиций в нашей стране, есть вероятность образования прибыли или ее отсутствие. Несмотря своего потенциального преимущества и недостатки механизм динамического размещения ресурсов могут быть применены в решении ряда вопросов. Инвестиционным менеджерам благодаря динамической стратегии дает возможность изменить общую структуру распределения доходности. В динамическом виде изменяя типов взаимоотношений сумму активов, инвестор может отслеживать преимущества риска снижения доходности. А также он может непосредственно ввести в свою стратегию «ограничения риска дефицита» и привести в соответствие распределения структуры доходности самое подходящие. Поэтому исследовав рынок, прибыль от инвестиций зависит от условий рынка, (положительных или отрицательных). Учитывая это, в данной статье предусмотрено решения с помощью динамического программирования оптимальные модели инвестирования элементов.

**Ключевые слова:** управления портфелем, замена ресурсов, динамическое управление, адаптивная, актив, инвестиций, динамическое программирование.

**ИНВЕСТИЦИЯЛАУДЫҢ  
ДИНАМИКАЛЫҚ  
БАҒДАРЛАМАЛАУ  
МОДЕЛІНІҢ  
КӨМЕГІМЕН ОҢТАЙЛЫ  
ШЕШІМІН АНЫҚТАУ**

**Кіріспе**

Инвестициялық ресурстарды орналастыру кезеңі портфельді басқаруда ең басты болғандықтан, оның жүзеге асырылуы активтерді басқару механизмі ретінде қарастырылады.

«Ресурстарды алмастыру» термині түрлі жайттарда әр алуан адамдар үшін әртүрлі түсініктерді білдіруі мүмкін. Осыған орай, әлемдегі инвестициялаудың көпжылдық тәжірибесі активтерді басқару механизмінің үш категориясын әзірлеуге мүмкіндік береді:

- 1) активтерді стратегиялық басқару (орналастыру);
- 2) активтерді динамикалық басқару (орналастыру);
- 3) активтерді тактикалық басқару (орналастыру).

Осының ішінен активтерді динамикалық басқаруды талдаймыз.

*Ресурстарды динамикалық орналастыру механизмі.* Сапалық түрде бертін пайда болған және дәстүрлі стратегиямен бәсекелесетін кейбір стратегиялар динамикалық яки адаптивті (dynamic asset allocation) стратегиялар деген атауға ие болады. Ол нарық жағдайындағы өзгерістерге жауап ретінде активтер жиынтығының «автоматты» өзгеруі. Осындай стратегияларды ең кеңінен жарнамаланған варианттарының бірі портфельдік сақтандыру болып табылады.

Портфельдік сақтандыру ең алдымен портфельді қамтамасыз етіп тұру және оның өсу әлеуетін сақтау мақсатымен оған кіретін активтердің арқатынасын қажетті жағдайда өзгертуді көздейді. Шын мәнінде портфельдік сақтандыру кезінде кейбір теориялық «пут» – опцион үшін тәуекел табыстылық арақатынасын қайта қарастыруға болады (бұл жердегі портфель (нарықтың әртүрлі жағдайларын ескерумен) төлемдерінің шартты ағыны кейбір «пут» – опционның төлемдер ағынымен сәйкес келеді. Осы тұрғыда портфельдің әрекеті сәйкесінше келетін «пут» – опционның әрекетін қайталайды).

Ресурстарды орналастырудың динамикалық механизмі өзінің әлеуетті артықшылықтары мен кемшіліктеріне қарамастан, кететін бірқатар мәселелерді шешуге қолдануы мүмкін. Динамикалық стратегиялардың арқасында инвестициялық менеджерлерге табыстылықты бөлудің жалпы

құрылымын өзгертуге мүмкіндік пайда болады. Жиынтықтағы активтер типтерінің арақатынастарын динамикалық түрде өзгерте отырып, инвестор табыстылықтың төмендеу тәуекелімен бірге артықшылықтың өзгеруін бақылай алады. Сондай-ақ ол өз стратегиясына тікелей түрде «тапшылық тәуекелінің шектеуін» кіргізе алады да, табыстылықтың бөліну құрылымын оған ең қолайлы болып көрінген жағдайда келтіре алады.

Динамикалық стратегиялар ресурстарды стратегиялық орналастыруға әсер ететіндігімен және механикалық табиғатымен ажыратылады. Олардың механикалық деп атаудың себебі, олар капитал нарығындағы кез келген өзгерісті алдын ала анықтаған ресурстар портфельде бейнеленеді.

Мұндай стратегиялар ресурстарды орналастырудың саясатымен байланысты болады. Уақыттың үлкен периодтарында динамикалық стратегияларды қолдану ұзақ мерзімді саясаты нарықтық жағдайдың өзгеруін ескерумен жүзеге асыруға мүмкіндік береді. Портфельдік сақтандырудың көптеген жақтаушыларының ішінен, сондай-ақ неғұрлым агрессивті стратегиялар үшін жақтасқан. Олар портфельдік сақтандыру ұсынатын қорғанысқа емес, көп дәрежеде акцияларға сүйену қажет деп есептеген. Басқалары болса жоғарыдағы қарама-қарсы стратегия – портфельдік сақтандыруды сату жағына жақтасқан. Олардың пікірлері бойынша бұл процеске бағам төмендегеннен кейін акциялар бойынша позициялардың тәуекелге ұшырауының күшеюі, болмаса бағамдардың елеулі өсуінен кейінгі әлсіреуі кіре отырып, ол өзгеріп отыратын нарықтық жағдайларға деген «енгізілген» реакциясын бейнелейді.

### Эксперименталдық бөлім

Активтерді динамикалық басқаруды бағдарламалау моделімен талдап бір мысалы келтірейік.

*Инвестициялаудағы динамикалық бағдарламалау моделінің міндеттері.*

$$f_n(x_n) = \max_{0 \leq y_n \leq x_n} \left\{ \sum_{k=1}^m p_k (x_n + r_k y_n) \right\} = x_n + \max_{0 \leq y_n \leq x_n} \left\{ \sum_{k=1}^m (p_k r_k) y_n \right\}.$$

Мәнді  $\bar{r} = \sum_{k=1}^m p_k r_k$  енгізіп, одан аламыз.

Біреу қор биржасы арқылы  $C$  мың долларды  $n$  жыл ішінде инвестициялағысы келеді. Инвестициялық жоспар бойынша жыл басында акцияны сатып алу және сол жыл соңында оларды қайта сату керек. Жиналған ақша сомасы келесі жылдың басында (бәрі немесе бір бөлігі) қайта инвестициялануы мүмкін. Инвестицияның тәуекел деңгейіне қарасақ, пайданың болуы да, болмауы да ықтимал. Нарықты зерттесек, инвестициядан түсетін пайда нарықтың  $m$  шартына тәуелді (жағымды немесе жағымсыз). Мұнда  $i$  шарты  $r$  пайда түсіреді, оның ықтималдығы  $p_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ .  $N$  жылдан соң мол жинаққа қол жеткізу үшін  $C$  мың долларды қалай инвестициялауы қажет?

Белгілейік:

$x_i$  –  $i$ -нші жыл басындағы инвестициялауға қол жетімді ақша сомасы ( $x_1 = C$ ),

$y_i$  –  $i$ -нші жыл басындағы нақты инвестиция сомасы ( $y_i \leq x_i$ ).

Динамикалық бағдарламалау моделінің элементтерін былай белгілеуге болады.

1.  $i$  этапы инвестициялаудың  $i$ -нші жылын көрсетеді.

2.  $i$  этапында балама болып  $y_i$  шамасы саналады.

3.  $i$  этапында жүйенің жағдайы  $x_i$  шамасы болып саналады.

$f_i(x_i)$  –  $i$ -дан  $n$ -ге дейінгі жылдар аралығындағы түсетін максималды ақша қаражаттары, ал шарты:  $i$ -нші жыл басында  $x_i$  сомасы бар.  $k$ -нші нарық шарты үшін келесілерді аламыз.

$$x_{i+1} = (1 + r_k) y_i + (x_i - y_i) = r_k y_i + x_i, k = 1, 2, \dots, m.$$

$k$ -нші нарық шартының ықтималдығы  $p_k$ -ға тең, динамикалық бағдарламалаудың рекуррентті теңдеуі былай болмақ:

$$f_i(x_i) = \max_{0 \leq y_i \leq x_i} \left\{ \sum_{k=1}^m p_k f_{i+1}(x_i + r_k y_i) \right\}, i = 1, 2, \dots, n,$$

Яғни,  $f_{n+1}(x_{n+1}) = x_{n+1}$   $n$ -ші жылдан соң инвестиция жасалмаған. Бұдан шығатыны:

$$y_n = \begin{cases} 0, & \text{егер } \bar{r} \leq 0, \\ x_n, & \text{егер } \bar{r} > 0. \end{cases}$$

$$f_n(y_n) = \begin{cases} x_n, & \text{егер } \bar{r} \leq 0, \\ (1 + \bar{r})x_n, & \text{егер } \bar{r} > 0. \end{cases}$$

10 000 доллар болсын. Ақшаны екі еселеудің ықтималдығы 40%, өз ақшаңыз қалтаңызда қалуы 20%, барлығын жоғалтуыңыз 40%. Енді инвестициялаудың оңтайлы стратегиясын құрастыру қажет

Модельде берілген белгілеулерді қолданып, келесі мәнді аламыз.

4-этап.

$$\bar{r} = 0,5 * 0,1 + 0,2 * 0 + 0,3 * (-1) = 0,2$$

$$f_4(x_4) = (1 + \bar{r})x_4 = 1,2x_4.$$

### Нәтиже және талқылаулар

*Мысалы.* Алдыңғы инвестициялау моделіне орай, 4-ші период үшін инвестиция көлемі  $C =$

*Мұнан аламыз*

Жағдай	Оңтайлы шешім	
	$f_4(x_4)$	$y_4^*$
$x_4$	$1,2 x_4$	$x_4$

3 этап.

$$\begin{aligned} f_3(x_3) &= \max_{0 \leq y_3 \leq x_3} \{p_1 f_4(x_3 + r_1 y_3) + p_2 f_4(x_3 + r_2 y_3) + p_3 f_4(x_3 + r_3 y_3)\} = \\ &= \max_{0 \leq y_3 \leq x_3} \{0,5 * 1,2(x_3 + y_3) + 0,2 * 1,2(x_3 + 0 y_3) + 0,3 * 1,2[x_3 + (-1)y_3]\} = \\ &= \max_{0 \leq y_3 \leq x_3} \{1,2x_3 + 0,246y_3\} = 1,4 x_3. \end{aligned}$$

*Сондықтан шығады*

Жағдай	Оңтайлы шешім	
	$f_3(x_3)$	$y_3^*$
$x_3$	$1,44 x_3$	$x_3$

2 этап.

$$\begin{aligned} f_2(x_2) &= \max_{0 \leq y_2 \leq x_2} \{p_1 f_3(x_2 + r_1 y_2) + p_2 f_3(x_2 + r_2 y_2) + p_3 f_3(x_2 + r_3 y_2)\} = \\ &= \max_{0 \leq y_2 \leq x_2} \{0,5 * 1,4 (x_2 + y_2) + 0,2 * 1,4 (x_2 + 0 y_2) + 0,3 * 1,4 [x_2 + (-1)y_2]\} = \\ &= \max_{0 \leq y_2 \leq x_2} \{1,4 x_2 + 0,288y_2\} = 1,728x_2. \end{aligned}$$

*Мұнан шығатыны*

Жағдай	Оңтайлы шешім	
	$f_2(x_2)$	$y_2^*$
$x_2$	$1,728 x_2$	$x_2$

1-этап.

$$\begin{aligned}
 f_1(x_1) &= \max_{0 \leq y_1 \leq x_1} \{p_1 f_2(x_1 + r_1 y_1) + p_2 f_2(x_1 + r_2 y_1) + p_3 f_2(x_1 + r_3 y_1)\} = \\
 &= \max_{0 \leq y_1 \leq x_1} \{0,5 * 1,728(x_1 + y_1) + 0,2 * 1,728(x_1 + 0y_1) + 0,3 * 1,728[x_1 + (-1)y_1]\} = \\
 &= \max_{0 \leq y_1 \leq x_1} \{1,728x_1 + 0,3456y_1\} = 2,0736x_1.
 \end{aligned}$$

Біздегі бары

Жағдай	Оңтайлы шешім	
	$f_1(x_1)$	$y_1^*$
$x_1$	$2,0736 x_1$	$x_1$

### Қорытынды

Оңтайлы инвестициялық саясатты былай құрастыруға болады.  $i = 1, 2, 3, 4$ , үшін  $y_i^* = x_i$  болғандықтан, барлық нақты ақша қаражаттарын әр жылдың басында инвестициялау қажет, осы

ең оңтайлы шешім. Жинақталған ақша төрт жылдың соңында мынадай соманы құрайды:  $2,0736x_1 = 2,0736 \times 10000 = 20\,736$  доллар.

Математикалық индукция әдісі арқылы  $i$ -дың ( $i=1,2,\dots,n$ ) әр жағдайында шешім былай өрбиді:

$$f_i(y_i) = \begin{cases} x_i, & \text{егер } \bar{r} \leq 0, \\ (1 + \bar{r})^{n-i+1}, & \text{егер } \bar{r} > 0. \end{cases}$$

$$y_i = \begin{cases} 0, & \text{егер } \bar{r} \leq 0, \\ x_i, & \text{егер } \bar{r} > 0. \end{cases}$$

Көріп отырғанымыздай, мұндай стратегиялар инвестицияларды басқарудың икемділігін елеулі жоғарылатады да, портфель жағдайын

неғұрлым жақсы бақылауға мүмкіндік береді, бірақ егер тек қана динамикалық стратегияларды қолдану құны сапалы шеңберден аспаса.

### Әдебиеттер

- 1 Фрэнк Дж. Фабозци. Управление инвестициями. – М.: Инфра-М, 2000.
- 2 Лоренс Дж. Гитман, Майкл Д. Джонк. Основы инвестирования. – М.: Дело, 1997.
- 3 Таха, Хэмди А. Введение в исследование операций, 7-е издание: пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2007.
- 4 Smith D. Dynamic Programming: A Practical Introduction, Ellis Horwood, London, 1991.

### References

- 1 Frjenk Dzh. Fabocci. Upravlenie investicijami.- M.: Infra – M, 2000.
- 2 Lorens Dzh. Gitman, Majkl D. Dzhonk. Osnovy investirovaniya. – M.: Delo, 1997.
- 3 Taha, Hjemdi A. Vvedenie v issledovanie operacij, 7-e izdanie.: Per. S angl. – M.: Izdatel'skij dom «Vil'jams», 2007.
- 4 Smith D. Dynamic Programming: A Practical Introduction, Ellis Horwood, London, 1991.