

Мухамедиев Б.М.,  
Хитахунов А.А.

**Экспорт и импорт  
в модели динамического  
стохастического общего  
равновесия нескольких стран**

В этой статье развивается модель стохастического динамического общего равновесия нескольких стран. Рассматриваются переменные выпуска, процентной ставки, инфляции, обменного курса для каждой страны, а также условия торговли, экспорт, импорт для каждой пары стран. Модель содержит уравнения динамических кривых IS, новой кейнсианской Филлипса и уравнения денежно-кредитной политики согласно числу стран. Оценка модели выполнена для экономик Казахстана, России и ЕС. Учитывалось асимметричное взаимодействие больших и малых стран. Анализ влияния внутренних и внешних потрясений для макроэкономических показателей проведен для каждой страны / региона.

**Ключевые слова:** модель, экспорт, импорт, динамическое равновесие.

Mukhamediyev B.M.,  
Khitakhunov A.A.

**Export and import in the dynamic  
stochastic general equilibrium  
model for several countries**

In this article, develop a model of dynamic stochastic general equilibrium of multiple countries is developed. The indicators of output, interest rate, inflation, exchange rate, terms of trade for each country, as well as exports, and imports for each pair of countries are considered. The model contains equations of dynamic IS and New Keynesian Phillips curves and equations of monetary policy corresponding to the number of countries. The estimation of the model was implemented for the economies of Kazakhstan, Russia and the EU. An asymmetrical interaction of large and small economies was taken into account. The analysis of the impact of internal and external shocks on the macroeconomic variables is performed for each country/region.

**Key words:** model, export, import, dynamic equilibrium.

Мухамедиев Б.М.,  
Хитахунов А.А.

**Экспорт және импорт  
бірнеше елдер динамикалық  
стохастикалық жалпы  
теңдік моделінде**

Бұл мақалада динамикалық стохастикалық жалпы тепе-теңдік бірнеше елдер моделі өркенделеді. Әр ел үшін шығарылым, пайыз, инфляция, айырбас бағамы сол сияқты әр екі ел үшін сауда шарттары, экспорт импорт көрсеткіштері қарастырылады. Елдердің санына сәкес моделге динамикалық IS, кейнстік Филлипс қисықтарының және ақша-несие саясат теңдеулері еңгізілген. Қазақстан, Ресей және ЕО экономикалары үшін модель бағаланған. Үлкен және кіші елдердің өзара іс-қимылдары еске алынған. Әр ел немесе аймақ үшін ішкі және сыртқы сілкіністердің макроэкономикалық көрсеткіштерге ықпал талдауы жүргізілген.

**Түйін сөздер:** модель, экспорт, импорт, динамикалық тепе-теңдік.

## ЭКСПОРТ И ИМПОРТ В МОДЕЛИ ДИНАМИЧЕСКОГО СТОХАСТИЧЕСКОГО ОБЩЕГО РАВНОВЕСИЯ НЕСКОЛЬКИХ СТРАН

В современных условиях, когда экономики стран сильно вовлечены в мирохозяйственные связи, экспорт и импорт оказывают существенное влияние на их экономическое развитие. Основополагающие подходы к построению моделей динамического стохастического общего равновесия представлены в работах [1-6]. В настоящей статье предлагается расширение модели нескольких стран [7] с включением в нее внешнеторговых отношений между странами. Вначале приведем лишь основные предположения модели.

В каждой стране потребляются отечественные и иностранные товары. Для производства фирмы используют труд. Номинальная жесткость цен моделируется с использованием механизма Кальво [1]. Считается, что население мира состоит из континуума бесконечно долго живущих домохозяйств, проиндексированных через  $i \in [0,1]$ . Домохозяйства в каждой стране имеют одинаковые предпочтения. В мире есть  $K$  стран. В стране  $k$  домохозяйства проиндексированы как  $i \in Jk$ . Множества  $Jk$ ,  $k = 1, 2, \dots, K$ , не пересекаются и покрывают всю совокупность домохозяйств. Через  $n_k$  обозначим меру множества  $Jk$ , которая отражает численность населения страны  $k$ .

Товары считаются диверсифицированными, следовательно, каждая такая фирма обладает рыночной властью. Выпуск каждой фирмы  $i \in Jk$  определяется производственной функцией

$$Y_{kt}(i) = A_{kt}L_{kt}(i). \quad (1)$$

Величина  $A_{kt}$  задает общую факторную производительность и отражает влияние технологических шоков. Поведение  $A_{kt}$  описывается авторегрессионным процессом

$$\ln A_{kt} = \rho_{ak} \ln A_{kt-1} + \varepsilon_{akt},$$

$$\varepsilon_{akt} \sim i. i. d. (0, \sigma_{ak}^2). \quad (2)$$

Товары предполагаются диверсифицированными, и фирма может в определенных пределах менять цену своего товара, т.е. имеет место монополистическая конкуренция. Математический анализ позволяет получить уравнение динамической кривой IS:

$$x_{kt} = \mathbb{E}_t[x_{kt+1}] + \frac{1}{\rho} (\mathbb{E}_t[\pi_{kkt+1}] - i_{kt}) + \frac{\varphi+1}{\varphi+\rho} \mathbb{E}_t[\Delta a_{kt+1}] + \quad (3)$$

а также уравнение неоклассической кривой Филлипса:

$$\pi_{kkt} = \beta \mathbb{E}_t[\pi_{kkt+1}] + \frac{(1-\theta\beta)(1-\theta)}{\theta} (\varphi + \rho)x_t + u_{kt}, \quad (4)$$

где  $u_{kt}$  есть авторегрессионный процесс

$$u_{kt} = \rho_{uk} u_{kt-1} + u_{kt}, \quad u_{kt} \sim i. i. d. (0, \sigma_{uk}^2).$$

Правило монетарной политики (правило Тейлора), согласно которому процентные ставки устанавливаются центральными банками в соответствии с формулой следующего вида:

$$i_{kt} = \psi_{\pi k} \pi_{kkt} + \psi_{xk} x_{kt} + \psi_{ik} i_{kt-1} + u_{kt}, \quad k = 1, \dots, K. \quad (5)$$

Уравнения для условий торговли:

$$\Delta s_{klt} = i_{lt-1} - i_{kt-1} + \pi_{kkt} - \pi_{lkt}, \quad k \neq l. \quad (6)$$

Предполагается, что динамика  $v_{kt}$  определяется экзогенно авторегрессионным процессом первого порядка:

$$v_{kt} = \rho_v v_{kt-1} + v_{kt}, \quad v_{kt} \sim i. i. d. (0, \sigma_{kv}^2).$$

Так как товары считаются диверсифицированными и каждая фирма производит свой товар, то ее производство удовлетворяет мировой спрос на него. Поэтому в каждом периоде  $t$  экспорт товара  $j$  из страны  $k$  в страну  $l$  равен объему потребления этого товара в стране  $l$ :

$$Ex_{klt}(j) = C_{lkt}(j), \quad j \in J_k. \quad (7)$$

Тогда для экспорта из страны  $k$  в страну  $l$ , учитывая формулы (5) и (13) из [7], справедливо

$$Ex_{klt} = n_k \prod_{m=1}^K S_{kmt}^{-n_m} \prod_{m=1}^K S_{lmt}^{n_m} Y_{lt}, \quad (8)$$

что соответствует положению макроэкономической теории о прямой зависимости экспорта страны от объема производства за рубежом. Также экспорт зависит от соотношения условий торговли стран  $k$  и  $l$  с остальными странами. Величина  $n_k$  отражает производственные возможности страны  $k$ . Пусть через  $ex_{klt}$  обозначен логарифм экспорта  $Ex_{klt}$ . Тогда

$$ex_{klt} = \ln n_k - \sum_{m=1}^K n_m s_{kmt} + \sum_{m=1}^K n_m s_{lmt} + y_{lt}. \quad (9)$$

Отсюда следует, что для ожидаемого темпа прироста экспорта из страны  $k$  в страну  $l$  в логарифмической форме имеет место уравнение

$$\mathbb{E}_t[\Delta ex_{klt+1}] = - \sum_{m=1}^K n_m \mathbb{E}_t[\Delta s_{kmt+1}] + \frac{1}{\rho} \sum_{m=1}^K n_m \mathbb{E}_t[\Delta s_{lmt+1}] - \frac{1}{\rho} \mathbb{E}_t[\pi_{llt+1} - i_{lt}]. \quad (10)$$

Аналогично, импорт  $lm_{klt}(j)$  товара  $j \in J_k$  из страны  $l$  в страну  $k$  равен потреблению этого товара в стране  $k$ :

$$lm_{klt}(j) = C_{klt}(j), \quad j \in J_l.$$

После преобразований согласно формулам (5) и (13) из [7] найдем, что импорт из страны  $l$  в страну  $k$

$$lm_{klt} = n_l \prod_{m=1}^K S_{lmt}^{-n_m} \prod_{m=1}^K S_{kmt}^{n_m} Y_{kt}$$

Импорт в страну  $k$  положительно зависит от объема производства в этой стране и отрицательно от соотношения условий торговли стран  $k$  и  $l$  с остальными странами. Тогда для ожидаемого темпа роста импорта в страну  $k$  из страны  $l$  получаем

$$\begin{aligned} \mathbb{E}_t[\Delta im_{klt+1}] = & - \sum_{m=1}^K n_m \mathbb{E}_t[[\Delta s]]_{lmt+1} + \\ & + \frac{1}{\rho} \sum_{m=1}^K n_m \mathbb{E}_t[\Delta s_{kmt+1}] - \frac{1}{\rho} \mathbb{E}_t[\pi_{kkt+1} - i_{kt}]. \end{aligned} \quad (11)$$

Из формул (10) и (11) нетрудно заметить, что экспорт из страны  $k$  в страну  $l$  совпадает с импортом в страну  $l$  из страны  $k$ .

Модель оценивалась по статистическим данным Казахстана (страна Н), России (страна F), Европейский союз (страна G). Статистические данные для построения модели динамического стохастического равновесия для трех стран были собраны по данным IFS Международного валютного фонда, Всемирного Банка, Агентства РК по статистике, Национального банка РК.

Параметры модели в основном оценивались байесовским методом с использованием алгоритма Метрополиса-Хастинга. В уравнениях для технологических шоков параметры  $\rho_{aFG}, \rho_{aGF}, \rho_{aGF}$  приняты равными нулю. Этим учитывается, что технологические нововведения, возникающие в большой стране G, быстро проникают в обе страны F и H, а технологические нововведения, появившиеся в стране среднего размера F, проникают только в страну H, и нет таких потоков инноваций в обратном направлении от малой страны к большей стране. Можно проследить, как на шоки в каждой стране реагируют макроэкономические показатели в этой стране и в остальных странах. Здесь на рисунках 1-4 иллюстрируются последствия для экспорта и импорта только для двух шоков: одного в малой стране H и другого в большой стране G.

Для технологического шока в стране G отклики переменных представлены на рисунках 1-2. Изменения процентных ставок и темпов инфляции воздействуют на условия торговли. А изменения в выпуске и условиях торговли влияют на изменения в экспорте и импорте между всеми странами. Экспорт из страны G в страны H и F падает, а экспорт из стран H и F в другие страны растет. Соответственно, импорт в страну G из стран H и F снижается и во всех остальных случаях растет. Отклики переменных экспорта и импорта на технологический шок, возникший в стране G, одного порядка для всех стран H, F и G.

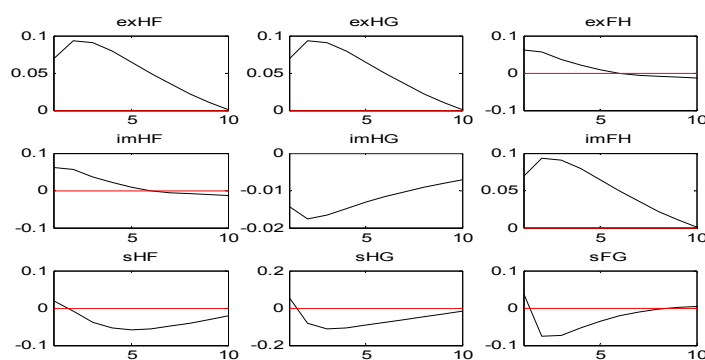


Рисунок 1 – Влияние технологического шока в стране G

*Примечание* – приращения логарифмов: exHF – экспорта из страны H в страну F, exHG – экспорта из страны H в страну G, exFH – экспорта из страны F в страну H, imHF – импорта из страны F в страну H, imHG – импорта из страны G в страну H, imFH – импорта из страны F в страну H, sHF – условий торговли страны H со страной F, sHG – условий торговли страны H со страной G, sFG – условий торговли страны F со страной G.

Переменная общей факторной производительности в стране G испытывает вначале положительный скачок, затем возвращается к устойчивому состоянию. Вследствие предположения о проникновении инноваций из страны G в обе

страны H и F отклонения переменных общей факторной производительности для стран H и F от значений в устойчивом состоянии возрастают, начиная с нулевого уровня, и затем также возвращаются к нулевому уровню.

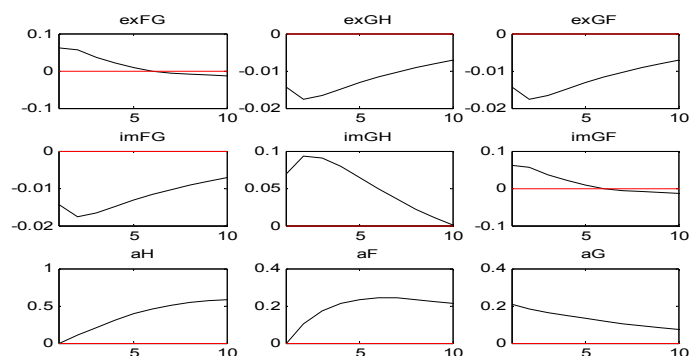


Рисунок 2 – Влияние технологического шока в стране G

Примечание – приращения логарифмов: exFG – экспорта из страны F в страну G, exGH – экспорта из страны G в страну H, exGF – экспорта из страны G в страну H, imFG – импорта из страны G в страну F, imGH – импорта из страны H в страну G, imGF – импорта из страны F в страну G, aH – общей производительности факторов в стране H, aH – общей производительности факторов в стране H.

Для шока издержек производства в стране H отклики переменных представлены на рисунках 3-4. В стране H возрастают предельные издержки, и фирмы оказываются вынужденными повысить цены на производимые ими товары.

Возникает сокращение выпуска, который затем возвращается к значению в устойчивом состоянии экономики. Это ведет к росту процентной ставки и росту цен товаров, производимых в стране H.

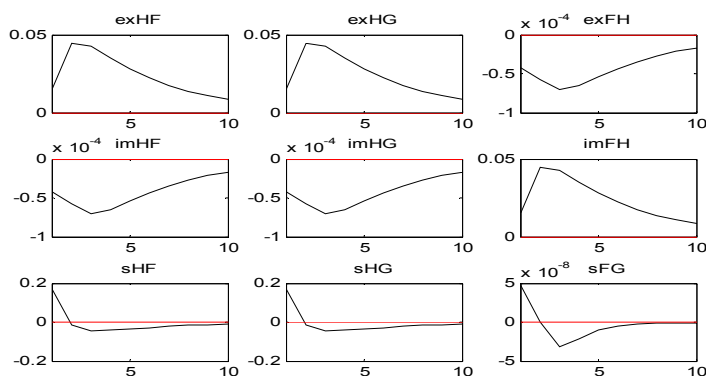


Рисунок 3 – Влияние шока издержек производства в стране H

Примечание – приращения логарифмов: exHF – экспорта из страны H в страну F, exHG – экспорта из страны H в страну G, exFH – экспорта из страны F в страну H, imHF – импорта из страны F в страну H, imHG – импорта из страны G в страну H, imFH – импорта из страны F в страну H, sHF – условий торговли страны H со страной F, sHG – условий торговли страны H со страной G, sFG – условий торговли страны F со страной G.

Вследствие изменения процентных ставок и темпов инфляции улучшаются условия торговли со странами F и G. А для этих стран F и G из-за сокращения доходов фирм происходит снижение цен, условия торговли, наоборот, ухудшаются. В этих странах имеет место снижение процентной ставки, выпуска и темпа инфляции. Но следует заметить, что влияние шока издержек производства в стране H на показатели стран F и G мало, слабее на четыре

порядка по сравнению с откликами показателей в стране H.

А изменения в выпуске и условиях торговли влияют на изменения в экспорте и импорте между всеми странами. Растут экспорт из страны H и импорт в страну H из стран F и G. А во всех остальных случаях экспорт и импорт между странами испытывают спад, но незначительный, на четыре порядка слабее, чем для страны H.

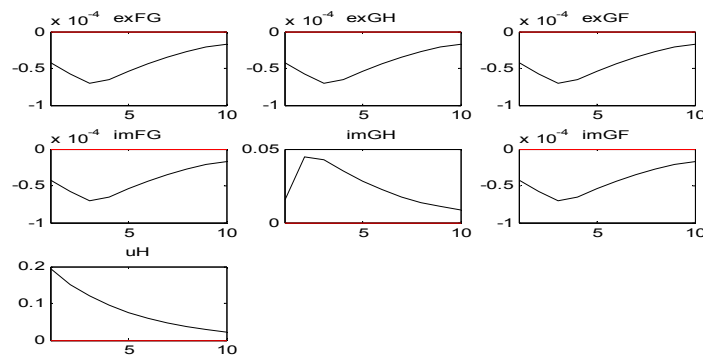


Рисунок 4 – Влияние шока издержек производства в стране H

*Примечание* – приращения логарифмов: exFG – экспорта из страны F в страну G, exGH – экспорта из страны G в страну H, exGF – экспорта из страны G в страну H, imFG – импорта из страны G в страну F, imGH – импорта из страны H в страну G, imGF – импорта из страны F в страну G, uH – издержек производства в стране H.

В настоящей статье представлено расширение модели динамического стохастического равновесия для нескольких стран. С использованием данных IFS Международного валютного фонда, Всемирного Банка, Агентства РК по статистике, Национального банка РК оценена модель трех стран по статистическим данным Казахстана, России и Европейского союза с применением методов калибровки и байесовского подхода. Получены прогнозные оценки последствий внутренних и внешних шоков на показатели экспорта и импорта этих трех стран/регионов. Модель

может быть развита в различных направлениях, например, путем включения в нее потребления и производства нефти.

В условиях взаимозависимости экономического развития стран применение моделей динамического стохастического общего равновесия для вовлеченных в мирохозяйственные связи экономик позволит прогнозировать влияние изменений в экономической политике на последствия внутренних и внешних шоков для макроэкономических показателей страны.

#### Литература

- 1 Calvo G. Staggered prices in a utility maximizing framework // Journal of Monetary Economics. – 1983. – №12. – P. 383–398.
- 2 Gali, J., Monacelli, T. Monetary policy and exchange rate volatility in a small open economy // The Review of Economic Studies. – 2005. – Vol. 72. – No. 3. – P. 707–734.
- 3 Gorsetti C., Pezenty P. Welfare and Macroeconomic Interdependence // Quarterly Journal of Economics. Vol.116. – 2001. – P. 421-446.
- 4 Kydland F. E., Prescott E. C. Time to build and aggregate fluctuations // Econometrica. – 1982. – Vol. 50. – P. 1345-1370.
- 5 Obstfeld M., Rogo K. Risk and Exchange Rates // Conference paper in honor of Assaf Razin. – Tel-Aviv university. – 2001. – P. 1-51.

6 Smets, F. and Wouters, R. An estimated stochastic dynamic general equilibrium model of the euro area // *Journal of the European Economic Association*. – 2003. – Vol. 1. – No. 5. – P.123-175.

7 Мухамедиев Б.М. Модель динамического стохастического общего равновесия нескольких стран // *Вестник КазНУ. Серия экономическая*. – 2015. – 1(107). – С.26-35.

8 Taylor, J.B. Discretion versus Policy Rules in Practice // *Carnegie-Rochester Conference series on Public Policy*. – 1993. – No 39. – P. 195-214.

#### References

1 Calvo G. Staggered prices in a utility maximizing framework // *Journal of Monetary Economics*. – 1983. – №12. – P. 383–398.

2 Galí, J., Monacelli, T. Monetary policy and exchange rate volatility in a small open economy. // *The Review of Economic Studies*. – 2005. – Vol. 72. – No. 3. – P. 707–734.

3 Gorsetti C., Pezenty P. (2001). Welfare and Macroeconomic Interdependence // *Quarterly Journal of Economics*. Vol.116. – P. 421-446.

4 Kydland F. E., Prescott E. C. Time to build and aggregate fluctuations // *Econometrica*. – 1982. – Vol. 50. – P. 1345-1370.

5 Obstfeld M., Rogo K. Risk and Exchange Rates // *Conference paper in honor of Assaf Razin*. – Tel-Aviv university. – 2001. P. 1-51.

6 Smets, F. and Wouters, R. An estimated stochastic dynamic general equilibrium model of the euro area // *Journal of the European Economic Association*. – 2003. – Vol. 1. – No. 5. – P. 123-175.

7 Mukhamediyev B.M. The Model of Dynamic Stochastic General Equilibrium of several countries // *Вестник КазНУ. An economic series*. – 2015. – 1(107). – P.26-35.

8 Taylor, J.B. Discretion versus Policy Rules in Practice. *Carnegie-Rochester Conference series on Public Policy*. – 1993. – No 39. – P. 195-214.