

Купенова Ж.К., Жунисова Г.Е.,
Жиенбекова А.М.

Статистикадағы орташа шамалар және өзгерменің көрсеткіштері

Бұл мақалада статистикадағы орташа шамалардың әдістері мен тәсілдері қарастырылған. Орташа шаманың түрлері мен оның қолданылуы, ерекшеліктері мен формулаларына анықтамалар берілген. Статистикада көрсеткіштер жиынтығының өзгеруін зерттеу және жиынтықты дәл, дұрыс көрсету үшін және берілген бірліктерді дұрыс қамту үшін ортақ көрсеткіштер жүйесі қажет. Мұндай көрсеткіштерді орташа шама әдісі арқылы алады және ол қорытындылаушы көрсеткіш болып табылады. Орташа шамалар дегеніміз біртектес жиынтықты белгілі бір жағдайда және уақытта өзіне тән белгілері бойынша жинақтап көрсететін орташа сан мөлшері, яғни біртектес жиынтық бірліктерінің орта есеппен алынатын белгісінің барлық бірліктерге жатқызылатын сандық шамасы. Орташа шамалардың ішінде ең кең тарағаны және көп қолданылатыны арифметикалық орташа шама мақаланың өзектілігі болып табылады. Арифметикалық орташа шама жалпы жиынтықтағы өзгермелі белгілердің жеке мәндерінің қосындысы болғанда ғана қолданылады. Оның екі түрі бар: жай және салмақталған.

Түйін сөздер: Орташа шама, мода және медиана, жиілік, статистикалық өзгерме, дисперсия.

Kupenova Zh.K., Zhunisova G.E.,
Zhyenbekova A.M.

Mean values and indicators of variations in statistics

This article discusses the types of averages and performance variations. The average value is a general indicator of a statistical population, which repays the individual differences of values of statistical variables, allowing to compare different set of each other. Average always summarizes quantitative trait variation, ie, in the mean values individual differences redeemed units of population due to fortuitous circumstances. In contrast, the average absolute value of characterizing the level of feature separate units together, does not allow to compare the characteristic value in units belonging to different aggregates. So, if you want to compare the levels of compensation of employees at the two companies, it can not be compared on the basis of two employees of different companies. Compensation of employees selected for comparison may not be typical for these enterprises. If we compare the size of the fund pay for the enterprise in question, it does not take into account the number of employees and, therefore, can not determine where the wage level above. In the end, we can only compare the average, ie, as the average worker receives at each facility.

Key words. mean value, mode and median frequency, options, variance.

Купенова Ж.К., Жунисова Г.Е.,
Жиенбекова А.М.

Средние величины и показатели вариации в статистике

В данной статье рассматриваются виды средних величин и показатели вариации. Средняя величина это обобщающий показатель статистической совокупности, который погашает индивидуальные различия значений статистических величин, позволяя сравнивать разные совокупности между собой. Средняя всегда обобщает количественную вариацию признака, т.е. в средних величинах погашаются индивидуальные различия единиц совокупности, обусловленные случайными обстоятельствами. В отличие от средней абсолютная величина, характеризующая уровень признака отдельной единицы совокупности, не позволяет сравнивать значения признака у единиц, относящихся к разным совокупностям. Так, если нужно сопоставить уровни оплаты труда работников на двух предприятиях, то нельзя сравнивать по данному признаку двух работников разных предприятий. Оплата труда выбранных для сравнения работников может быть не типичной для этих предприятий. Если же сравнивать размеры фондов оплаты труда на рассматриваемых предприятиях, то не учитывается численность работающих и, следовательно, нельзя определить, где уровень оплаты труда выше.

Ключевые слова: Средние величины, мода и медиана, частота, варианта, дисперсия.

**СТАТИСТИКАДАҒЫ
ОРТАША ШАМАЛАР
ЖӘНЕ ӨЗГЕРМЕНІҢ
КӨРСЕТКІШТЕРІ**

Статистикада көрсеткіштер жиынтығының өзгеруін зерттеу және жиынтықты дәл, дұрыс көрсету үшін және берілген бірліктерді дұрыс қамту үшін ортақ көрсеткіштер жүйесі қажет. Мұндай көрсеткіштерді орташа шама әдісі арқылы алады және ол қорытындылаушы көрсеткіш болып табылады.

Орташа шамалар дегеніміз біртектес жиынтықты белгілі бір жағдайда және уақытта өзіне тән белгілері бойынша жинақтап көрсететін орташа сан мөлшері, яғни біртектес жиынтық бірліктерінің орта есеппен алынатын белгісінің барлық бірліктерге жатқызылатын сандық шамасы.

Орташа шаманы есептегенде және қолданғанда келесідей принциптер орындалуы керек:

– зерттеп отырған құбылыстың, процестің жиынтық бірліктері біртекті болуы шарт;

– орташа шаманы есептегенде оның жеке-дара өзгермелі сандық және сапалық көрсеткіштері толықтай жойылады, негізгі белгінің әрбір бөлікке тән шамасы шығады;

– орташа шама статистикалық бақылау нәтижесінде жиналған мәліметтер арқылы есептелінеді, бақылау көрсеткіштері көп болса, орташа шама соғұрлым көп шығады;

– зерттеп отырған құбылыстардың, процестердің жеке бөліктерінің арасында ауытқу болғанда орташа шама қолданылады.

Статистикада зерттеп отырған құбылыстар мен процестердің негізіне, мақсатына сәйкес орташа шаманың келесідей бірнеше түрі қолданылады: арифметикалық, геометриялық, құрылымдық, үйлесімдік, шаршылық.

Орташа шаманы есептеуде «орташаның негізгі қатынасы» принципі негізге алынады. Әр гектардан алынған орташа өнімді есептеу үшін барлық егістік жерден жиналған жалпы өнімді осы жер көлеміне бөлу керек:

$$ОНҚ = \text{жалпы өнім} / \text{егістік жер көлемі} \quad (1)$$

Бір жұмысшының орташа айлығын есептеу үшін жалпы айлық қорды жұмысшылар санына бөледі:

$$OHQ = \text{Жалпы айлық қор} / \text{жұмысшылардың саны} \quad (2)$$

Орташа шамалардың ішінде ең кең тарағаны және көп қолданылатыны арифметикалық орташа шама болып табылады. Арифметикалық орташа шама жалпы жиынтықтағы өзгермелі белгілердің жеке мәндерінің қосындысы болғанда ғана қолданылады. Оның екі түрі бар: жай және салмақталған.

Жай түрі жиынтықта әр белгі тек бір рет кездесе немесе барлық белгілердің жиіліктері бірдей болғанда қолданылады. Оны келесі формула арқылы есептейді:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} \quad (3)$$

мұндағы, x – орташа шама; x – белгілердің жеке сандық мәндері; n – белгі саны.

Егер жиынтық белгісі бірнеше рет қайталанса, яғни жиілік бірліктерінің саны берілген болса, онда салмақталған түрі қолданылады. Ол келесі формуламен өрнектеледі:

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} \quad (4)$$

мұндағы f – жиіліктің мәндері.

Егер статистикалық топтық қатардың белгілері бүтін емес, деңгей аралықты шамамен берілсе, алдымен деңгей аралығының ортасын тауып алу керек. Оны деңгей аралығының жоғарғы және төменгі мәнін қосып, екіге бөлу арқылы табады (мысалы, 42-44 аралығының ортасы $42+44/2=43$).

Орташа шаманы ықшамдалған тәсілмен есептеу. Деңгей аралықтары бірдей өзгермелі сандық қатарлар берілген болса, орташа шаманы анықтау үшін барлық белгілерді тұрақты бір санға азайтып, одан шыққан шамаларды деңгей аралығының айырма санына бөлу арқылы арифметикалық орташа шаманы ықшамдалған жолмен есептеуге болады.

Үйлесімдік орташа шама – бұл арифметикалық орташа шаманың кері және өзгертілген түрі. Үйлесімдік орташа шама орташаның негізгі қатынасының алымының мәндері белгілі, бөлімінің мәндері белгісіз болғанда қолданылады. Ол мәліметтердің маңызы мен мәніне, есептеу тәсіліне қарай жай және салмақталған болып бө-

лінеді. Егер өзгермелі қатардың белгілері мен жиіліктерінің көбейтіндісі бірдей болса немесе бірге тең болса, онда жай түрі қолданылады және келесі формуламен есептеледі:

$$\bar{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}} \quad (5)$$

мұндағы, n – белгілер саны; $1/x$ – белгінің жеке сандық мәндерінің кері шамасы.

Егер жиілік мәндері берілмей, белгілердің мәндері мен жиіліктерінің көбейтіндісі ғана берілсе, онда салмақталған түрі қолданылады және келесі формуламен есептеледі:

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum \frac{xf}{x}} \quad (6)$$

мұндағы, x – белгілердің жеке сандық мәндері; $\sum xf/x$ – жиіліктің жалпы санын есептеу.

Статистикада қорытындылаушы көрсеткіштермен қатар өзгермелі белгілердің бөлінуін қосымша сипаттайтын құрылымдық орташа шамалар да қолданылады. Оған мода мен медиана жатады.

Мода дегеніміз статистикалық қатарлардың ішінде ең жиі кездесетін белгінің үлкен шамасы, яғни өзгермелі сандық қатарда жиіліктің үлкен мәні жатқан белгі.

Егер статистикалық қатардың белгісі бүтін санмен берілсе, сол берілген белгінің ең үлкен жиілік мәні жатқан қатар мода болып саналады.

Егер статистикалық қатарлар белгілерінің ең үлкен жиілік мәні бірдей екі сандық көрсеткішпен берілсе, онда модальдық белгі екеу болады. Ал жиілік мәндері бірдей бірнеше белгі берілетін болса, онда модальдық көрсеткіш болмайды.

Қатар белгілері деңгей аралықты шамамен берілсе, онда ең бірінші ең үлкен жиілігі бар қатар анықталады, одан кейін модальдық белгінің деңгей аралығының айырмасы есептеледі, ол модальдық қатардың үлкен мәнінен кіші мәнін алғанға тең болады.

Статистикада мода M_o -әрпімен белгіленеді және деңгей аралықты қатар берілген болса, келесі формуламен анықталады:

$$M_o = X_{M_o} + d_{M_o} \frac{f_{M_o} - f_{M_o-1}}{(f_{M_o} - f_{M_o-1}) + (f_{M_o} - f_{M_o+1})}$$

мұндағы, X_{M_o} – модальдық қатардың деңгей аралығының кіші мәні; d_{M_o} – модальдық қатардың

деңгей аралығының айырмасы; f_{M_o} – модальдық қатардың жиілігі; f_{M_o-1} – (модальдық қатардың алдыңғы қатар жиілігі; f_{M_o+1} – модальдық қатардан кейінгі қатар жиілігі.

Мысалы, келесідей мәліметтер негізінде моданы анықтау керек.

Күндік өндіру	Тігіншілер саны	Жиіліктің жиналған қосындысы (S)
50-60	20	20
60-70	30	50
70-80	60	110
80-90	50	160
90-100	40	200

Мода 70-80, яғни үшінші қатарда себебі, бұл қатарда жиіліктің ең үлкен мәні жатыр.

Медиана дегеніміз статистикалық қатардың ортасында жатқан белгі. Ол қатарды тең етіп екіге бөледі және оның екі жағындағы белгілердің сандық бірліктері бірдей болады.

Медиана статистикада Me - әрпімен белгіленеді. Егер қатардың белгісі бүтін санмен берілсе, медиананы анықтау үшін белгінің рет санына бірді қосып, шыққан қосындыны екіге бөлеміз, ол келесі формуламен анықталады:

$$Me = \frac{n + 1}{2} \quad (8)$$

мұндағы, n -қатар саны

Егер қатар белгісі бүтін санмен және жиілікпен берілсе, медиананы есептеу үшін жиіліктің жинақталған қосындысын тең екіге бөліп, шыққан көрсеткішке $\frac{1}{2}$ -ді қосамыз.

Егер қатар белгісі деңгей аралықты шамамен берілсе, онда алдымен медианалық қатарды анықтаймыз. Ол үшін әрбір жиілікке келесісін қоса отырып, жинақталған жиілік қосындысын есептейміз.

Деңгей аралықты қатардан медиананы есептеу үшін келесі формула қолданылады:

$$Me = X_{me} + d_{me} \frac{\frac{1}{2} \sum S - S_{me-1}}{f_{me}} \quad (9)$$

мұндағы,

X_{Me} – медианалық қатардың деңгей аралығының кіші мәні; d_{Me} – медианалық қатардың деңгей аралығының айырмасы; $\sum S$ – медиана-

лық қатардың қосындысы; $\sum S_{Me-1}$ – медианалық қатардың алдыңғы қатардағы жинақталған жиілік қосындысы.

Мысалы, жоғарыда берілген мәліметтер бойынша медиананы есептеуге болады. Мұнда медиана үшінші қатарда жатыр.

Статистикалық өзгерме дегеніміз жиынтық бірліктерінің белгілеріне әртүрлі себептердің әсерінен болған сандық өзгеріс. Өзгерме көрсеткіштерінің жай және салмақталған түрлері болады. Егер сандық қатардың орташа мәні арифметикалық орташа шаманың жай түрімен есептелсе, онда өзгерменің жай түрі қолданылады. Ал жиіліктері бірге беріліп, әртүрлі сандық мәндермен көрсетілетін болса салмақталған түрі қолданылады.

Әлеуметтік-экономикалық құбылыстар еш уақытта тұрақты болмайды, олар үнемі өзгеріп отырады. Олардың жалпы жиынтықтары әртүрлі сандық көрсеткіштермен сипатталады. Осы көрсеткіштердің ауытқуын анықтауда өзгерменің келесідей негізгі көрсеткіштері есептеледі:

- өзгерменің өрісі;
- орташа сызықтық ауытқу;
- шашырандылық;
- орташа шаршылық ауытқу;
- өзгерменің коэффициенті.

Өзгерменің өрісі дегеніміз сандық қатар белгілерінің ең үлкен және ең кіші шамаларының арасындағы айырмашылық. Ол статистикада R -әрпімен белгіленеді және келесі формуламен есептеледі:

$$R = X_{max} - X_{min} \quad (10)$$

мұндағы, X_{max} – сандық қатардың ең үлкен мәні; X_{min} – сандық қатар белгілерінің ең кіші мәні.

Орташа сызықтық ауытқу дегеніміз әрбір белгінің жеке мәнінен арифметикалық орташа шаманы алып, одан шыққан ауытқу қосындыны белгі санына немесе әр қатардағы ауытқу көрсеткіштерін жиіліктеріне көбейтіп, ал оның қосындысын сол жиіліктің жалпы жиынтығына бөлгеннен шыққан шаманы айтады.

Статистикада орташа сызықтық ауытқу d – әрпімен белгіленеді және оны келесі формуламен анықтаймыз:

$$\bar{d} = \frac{\sum (X - \bar{X})}{n} \text{ – жай түрі,} \quad (11)$$

$$\bar{d} = \frac{\sum (X - \bar{X})f}{\sum f} \text{ – салмақталған түрі,} \quad (12)$$

мұндағы, X – белгілердің жеке сандық мәндері; \bar{X} – белгілердің орташа шамасы; n – белгілердің саны; f – жиілік көрсеткіштерінің жеке мәндері; \sum – жинақтау (қосынды) белгісі.

Шашыранды (дисперсия) деп әрбір қатардағы белгінің жеке мәнінен арифметикалық орташа шаманы алдындағы айырмаларды екі есе дәрежелеп және бір-біріне қосып, одан шыққан ауытқу қосындыны белгі санына немесе дәрежеленген ауытқу көрсеткіштері жиіліктеріне көбейтіп, оның қосындысын сол жиіліктің жалпы жиынтығына бөлінгеннен шыққан бөліндіні айтады. Сонымен, шашыранды дегеніміз орташа сызықтық ауытқудың жақша ішіндегі көрсеткіштерді дәрежелееу. Оны гректің δ^2 (сигма шаршы) – әрпімен белгілейді және келесі формуламен есептеледі:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} \text{ – жай түрі,} \quad (13)$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} \text{ – салмақталған түрі} \quad (14)$$

Орташа шаршылық ауытқу дегеніміз шашыранды көрсеткіштерін түбірлеу болып табылады. Ол σ -сигма әрпімен белгіленеді және келесі формуламен есептеледі:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\sum (X - \bar{X})^2}{n}} \text{ – жай түрі,} \quad (15)$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\sum (X - \bar{X})^2 f}{\sum f}} \text{ – салмақталған түрі} \quad (16)$$

Өзгерменің коэффициенті дегеніміз орташа шаршылық ауытқу көрсеткішін арифметикалық орташа шамаға бөлу. Статистикада ол V - әрпімен белгіленеді, оны келесі формула негізінде анықтаймыз:

$$= \sigma / \bar{x} * 100 \quad (17)$$

мұндағы, x – арифметикалық орташа шама

Статистикалық жиынтықтардың өзгермелі, құбылмалы белгілеріне түрлі себептер әсерін тигізеді. Олар өздерінің тигізетін әсерлеріне қарай кездейсоқ және тұрақты болып бөлінеді. Статистикалық көрсеткіштерге талдау жасауда қорытындылаушы өзгерме көрсеткіштерінің ішінде жиі қолданылатыны шашыранды болып табылады. Шашыранды өзгерме көрсеткіштерінің топтарға бөлінуіне байланысты үш түрге бөлінеді:

жалпы, топаралық, топішілік.

Жалпы шашыранды өзгермелі жиынтық белгілеріне әсер ететін барлық жағдайларды сипаттайды, ол келесі формуламен анықталады:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} \text{ – жай түрі,} \quad (18)$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} \text{ – салмақталған түрі} \quad (19)$$

Топаралық шашыранды дегеніміз жеке топтық орташа шаманың жалпы жиынтықты орташа шамадан ауытқуы.

Топішілік шашыранды деп әрбір топ бойынша кездейсоқ себептердің тигізген әсерінен оның өзгергендігін анықтауды айтады. Оны есептеу үшін алдымен әрбір топ бойынша топтық шашыранды, одан кейін осы көрсеткіштермен орташа топішілік шашыранды есептеледі.

Әдебиеттер

- 1 Общая теория статистики: учебник для вузов / И.И. Елисеева, М.М. Юзбашев; под ред. И.И. Елисеевой. – М.: Финансы и статистика, 2009. – С. 614.
- 2 Социально-экономическая статистика: практикум: учебное пособие / В.Н. Салин и др.; под ред. В.Н. Салина, Е.П. Шпаковской. – М.: Финансы и статистика, 2009. – С. 114.

References

- 1 The General Theory of Statistics: a textbook for high schools / II Eliseev, MM Yuzbashev; Ed. II Eliseevoj. – М.: Finance and Statistics, 2009. – P. 614.
- 2 Socio-economic statistics: Workshop: Tutorial / VN Salin, etc.; Ed. VN Salina EP Shpakovskaya. – М.: Finance and Statistics, 2009. – P. 114.