

Бордоусов О.В.,
Ишуова Ж.Ш.

**Современные подходы
к оценке производственных
функций**

Моделирование производственных функций и оценка совокупной факторной производительности являются ведущим направлением современных исследований. Моделирование производственных функций выдвигает ряд вопросов, от решения которых зависит корректность получаемых результатов: какие переменные использовать в качестве выпуска и факторов производства, выбор спецификации производственной функции, на каком уровне проводить агрегацию (уровень отрасли, фирмы, региона и т.п.), какие подходы применять к решению специфических проблем при эконометрическом оценивании, которые приводят к искажению результатов (эндогенность при оценке факторов, селекция фирм в выборку, смещенность оценок и др.).

Современные эмпирические исследования предполагают различные подходы к решению проблем оценивания производственных функций. Однако объединяющим фактором является практически повсеместное использование панельных данных в ходе исследования.

Ключевые слова: производственная функция, совокупная факторная производительность, панельные данные, эконометрическое моделирование.

Bordoussov O.V.,
Ishuova Zh.Sh.

**Contemporary approaches to
the assessment of production
functions**

Modeling of production functions and assessment of total factor productivity are the leading direction of current research. Modeling of production functions puts forward a number of questions the solution of which depends on the correctness of the results: which variables are used as output and production factors, the choice of the specification of the production function, at which level to conduct aggregation (the level of the industry, firm, region, etc.), which approaches apply to solve specific problems in the econometric estimation, which lead to the distortion of results (endogeneity in assessing factors, selection of firms in the sample, bias estimates et al.).

Modern empirical research suggests different approaches to solving the problems of estimation of production functions. However, the unifying factor is the almost widespread use of panel data during the research.

Key words: production function, total factor productivity, panel data, econometric modeling.

Бордоусов О.В.,
Ишуова Ж.Ш.

**Өндірістік функцияларды
бағалаудың заманауи тәсілдері**

Өндіріс функциясын моделдеу және жиынтық факторының өнімділігін бағалау қазіргі таңдағы зерттеулердің басты бағыты болып отыр. Өндірістік функциялардың моделдеуінен алынатын нәтижелердің дұрыстығын растау үшін бірқатар сұрақтарды туындатады: өндіріс сапасын жақсарту мақсатында қандай өзгерістер қолданамыз, өндіріс функциясының спецификациясын таңдау, агрегацияны қандай деңгейде өткізеді (сала деңгейі, фирмалар, аймақ және т.с.с.), спецификалық қиындықтарды шешуде экономикалық бағалаудың қандай әдістері қолданылады, нәтижелердің жойылуына алып келеді (факторларды бағалаудағы эндогенділік, фирма селекциясының таңдалуы, бағалардың араласуы т.с.с.).

Заманауи эмпирикалық зерттеулердің өндіріс функциясын бағалауда туған қиындықтардың шешімдерін ұсынады. Дегенмен, біріктіретін фактор болып зерттеу барысында панелдік мәліметтерді барлық жерде қолдану.

Түйін сөздер: өндірістік функция, жиынтық факторының өнімділігі, панелдік мәліметтер, эконометрикалық моделдеу.

СОВРЕМЕННЫЕ ПОДХОДЫ К ОЦЕНКЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ

Существенная часть классической экономической теории связана с исследованиями типов долгосрочных экономических изменений, которые с конца 50-х годов прошлого века стали объясняться также и при помощи неоклассической микроэкономической теории. В то же время традиционные допущения микроэкономической теории, равно как и постоянный эффект масштаба, не могли уже объяснить значительную часть имевшего место в развитых странах увеличения выработки на одного рабочего движением вдоль производственной функции.

В тот же период Р. Солоу предложил подход к изучению этого процесса на основе «остаточного» объяснения экономического роста, и в эмпирических работах этот остаток стали рассматривать как индикатор технологического прогресса. Поэтому основная часть исследований процессов экономического роста связана с более точной идентификацией, измерением остатка, отражающего технологические изменения, и уточнением того, как явления, связанные с техническим прогрессом в более общем виде, вписываются в теорию роста.

В большей степени исследования стали фокусироваться на разработке концепции технических изменений в рамках метода производственных функций и на модифицирование этого метода с целью придания технологическим изменениям статуса эндогенного, а не экзогенного элемента неоклассической системы. Производственная функция стала более детализирована из-за включения в нее многих элементов, а технический прогресс часто стал рассматриваться как функция прошлых инвестиций в НИОКР [1].

Значительная часть эмпирических исследований в настоящее время посвящена моделированию производственных функций и оценке совокупной факторной производительности. Прямая оценка совокупной факторной производительности на уровне регионов и отраслей была проведена в работах Nakamura (1985) [2], Henderson (1986) [3], Moomaw и Williams (1991) [4] и др. В то же время современным трендом является использование микроданных (данных на уровне фирм) с целью получения статистически значимых оценок (Henderson (2003)) [5]. Исследование производственных

функций выдвигает ряд вопросов, от решения которых зависит корректность получаемых результатов: какие переменные использовать в качестве выпуска и факторов производства, выбор спецификации производственной функции, на каком уровне проводить агрегацию (уровень отрасли, фирмы, региона и т.п.), какие подходы применять к решению специфических проблем при эконометрическом оценивании, которые приводят к искажению результатов (эндогенность при оценке факторов, селекция фирм в выборку, смещенность оценок и др.).

Объединяющим фактором для эконометрического моделирования производственных функций является практически повсеместное использование панельных данных в ходе исследования. Среди распространенных подходов к оценке производственных функций и решению возникающих проблем оценивания можно выделить работы Olley-Pakes (1996) [6], Levinson-Petrin (2003) [7], DeLoecker (2011) [8].

Выбор методов оценивания производственной функции и показателей обуславливается необходимостью решения проблем, возникающих при исследовании производственных функций и способных привести к некорректным статистическим выводам (т.е. когда полученные оценки параметров не обладают свойствами несмещенности, эффективности и состоятельности).

Непосредственное оценивание распространенной формы производственной функции Кобба–Дугласас с помощью метода наименьших квадратов (далее МНК), как было показано в [9], невозможно с точки зрения получения приемлемых оценок из-за наличия эндогенного смещения. Указанное смещение возникает по причине того, что фирмы сами определяют количество затрачиваемых факторов производства и этот уровень является коррелированным значением случайной переменной. Такая коррелированность нарушает одно из условий получения статистически приемлемых оценок методом наименьших квадратов – условие отсутствия корреляции между регрессорами и случайной переменной.

Кроме того, применение МНК при оценке рынка факторов производства в условиях несовершенной конкуренции (рынок факторов производства в Казахстане соответствует признакам несовершенной конкуренции) приводит к смещению параметров при переменных. Как известно, наличие самих признаков эндогенности делает невозможным в принципе получение

направления смещения оценок эластичности капитала и, как следствие, несмещенных оценок совокупной факторной производительности (СФП).

Традиционными способами преодоления проблемы эндогенности при исследовании производственных функций является применение инструментальных переменных и фиксированных эффектов. В качестве инструментальных переменных могут выступать переменные, коррелированные с факторами производства, но не входящие в уравнение производственной функции и некоррелированные с ошибками, например, затраты на труд, в качестве которых рассматривается, как правило, средняя заработная плата рабочего фирмы и др.

В то же время подход, основанный на применении инструментальных переменных, не всегда на практике, как показали Akerberg, Benkard, Berry и Pakes [10], способствует решению проблемы эндогенного смещения вследствие существенных затруднений в выборе приемлемых инструментов.

Применение фиксированных эффектов позволяет, при предположении о постоянстве ненаблюдаемой продуктивности во времени, получить приемлемые значения эластичностей факторов производства, что обосновывает необходимость использования панельных данных при оценивании производственных функций.

Применение панельных данных при изменении значений факторов производства одновременно по фирмам и во времени получило широкое распространение в эмпирических исследованиях последних десятилетий вследствие наличия существенных преимуществ в учете индивидуальной гетерогенности исследуемого объекта, а также решения проблемы смещенности оценок коэффициентов, получаемых МНК, возникающей из-за невключения в уравнение существенных переменных.

Фиксированные эффекты позволяют отразить наличие у фирм индивидуальных характеристик, не изменяющихся во времени, которые трудно или даже невозможно наблюдать или измерить. Производственные функции на уровне фирмы и отрасли подразумевают наличие индивидуальных специфических характеристик, а их игнорирование, т.е. применение обычного МНК и исключение фиксированных эффектов из оцениваемого уравнения ведет к получению несостоятельных и смещенных коэффициентов эластичностей факторов производ-

тва. Оценивание производственных функций не ограничивается только необходимостью преодоления эндогенного смещения. Также могут возникнуть проблемы смещения выборки, смещения цен. Смещение выборки возникает, когда в анализируемый период наблюдается вход и выход фирм из отрасли. Если данный факт игнорируется, то путем исследования только сбалансированной панели (выборки) анализируются только фирмы, которые функционировали весь временной период, тогда уровень СФП имеет смещение вверх, т.е. переоценивается.

Смещение вследствие цен возникает по распространенной причине отсутствия информации об уровнях цен на уровне каждой отдельной фирмы и применением соответствующих отраслевых дефляторов.

Таким образом, корректное оценивание параметров производственной функции и СФП требует применения разных подходов к исследованию и сопоставления полученных результатов для получения корректных значений для показателей эластичностей факторов производства и СФП.

Одним из таких подходов является включение в уравнение производственной функции лагированных значений затрат факторов производства и использования обобщенного метода моментов для получения коэффициентов с требуемыми статистическими свойствами.

Другим подходом является применение алгоритма Olley-Pake, который позволяет решить проблему эндогенности. В рамках данного алгоритма в производственную функцию вводится показатель инвестиций фирм, зависящий от капитала и продуктивности.

В качестве основного вида производственной функции модели микроуровня моделируется производственная функции Кобба-Дугласа:

$$Y_{it} = A_{it} K_{it}^{\beta_k} L_{it}^{\beta_l} M_{it}^{\beta_m}, \quad (1)$$

$$y_{it} = \beta_0 + \beta_k k_{it} + \beta_l l_{it} + \beta_m m_{it} + \mu_i + \varepsilon_{it} \quad (4)$$

где μ_i – фиксированные эффекты каждой фирмы отрасли.

Производственная функция (2) записывается в следующем виде:

$$y_{it} = \beta_0 + \beta_k k_{it} + \beta_l l_{it} + \beta_m m_{it} + h_i(k_{it}, l_{it}) + u_{it}^q$$

где $h_i(\cdot) = i_t^{-1}(\cdot)$. Включение $h_i(k_{it}, l_{it})$ в производственную функцию требуется

где Y_{it} – выпуск i -го предприятия отрасли в период t , K_{it} , L_{it} , M_{it} – затраты труда, капитала и материалов i -го предприятия в период t соответственно, A_{it} – отражает уровень эффективности каждого i -го предприятия отрасли в период t . Для определения коэффициентов эластичности используется линеаризованная форма уравнения (1):

$$y_{it} = \beta_0 + \beta_k k_{it} + \beta_l l_{it} + \beta_m m_{it} + \varepsilon_{it}, \quad (2)$$

где строчные символы представляют собой логарифм соответствующих переменных;

$\ln(A_{it}) = \beta_0 + \varepsilon_{it}$ и β_0 отражают уровень средней эффективности фирм;

ε_{it} – случайная компонента, включающая временные и пространственные отклонения от уровня средней эффективности. Она состоит из наблюдаемой и ненаблюдаемой частей (v_{it} и u_{it}^q), отражая различие в используемых технологиях, качестве управления и разнообразных объективно не учитываемых факторов.

Параметры β_k , β_l и β_m будут являться коэффициентами постоянной эластичности. Производительность на уровне отдельной фирмы представляется в виде: $w_{it} = \beta_0 + v_{it}$ и оценивается следующим образом:

$$\hat{w}_{it} = y_{it} - \hat{\beta}_k k_{it} - \hat{\beta}_l l_{it} - \hat{\beta}_m m_{it} \quad (3)$$

где \hat{w}_{it} , $\hat{\beta}_k$, $\hat{\beta}_l$, $\hat{\beta}_m$ – оцененные значения коэффициентов.

Применение фиксированных эффектов на протяжении длительного времени используется в прикладных исследованиях по оценке СФП, хотя в отдельных случаях может приводить к заниженным оценкам эластичности капитала. Оценивание моделей с фиксированными эффектами проводится на основе LSDV-уравнения, которое оценивается с помощью МНК, включающего специфические эффекты фирм и, таким образом, уравнение (2) трансформируется в следующий вид:

для эффективного учета ненаблюдаемой продуктивности, и затем уравнение (4) оценивается двухшаговым МНК. Продуктивность опреде-

ляется как $w_{it} = h_t(k_{it}, i_{it})$. На первом шаге определяется функция:

$$\phi_t(k_{it}, I_{it}) = \beta_k k_{it} + h_t(k_{it}, i_{it}),$$

которая является в общем случае нелинейной. Таким образом, производственная функция записывается в следующем виде:

$$y_{it} = \beta_l l_{it} + \beta_m m_{it} + \phi_t(k_{it}, I_{it}) + u_{it}^q$$

Функция $\phi_t(k_{it}, I_{it})$ аппроксимируется полиномиальной функцией:

$$\phi_t(k_{it}, I_{it}) = \lambda_0 + \lambda_1 I_{it} + \lambda_2 k_{it} + \lambda_3 (I_{it} \times k_{it}) + \lambda_4 I_{it}^2 + \lambda_5 k_{it}^2,$$

или используются непараметрические методы (*kernel methods*). В случае аппроксимации по-

линомиальной функцией нижеприведенное уравнение

$$\phi_t(k_{it}, I_{it}) = \lambda_0 + \beta_l l_{it} + \beta_m m_{it} + \lambda_1 I_{it} + \lambda_2 k_{it} + \lambda_3 (I_{it} \times k_{it}) + \lambda_4 I_{it}^2 + \lambda_5 k_{it}^2$$

оценивается обычным МНК для получения оценки эластичностей выпуска по труду и материалам соответственно β_l и β_m . На второй стадии оценивается значение эластичности вы-

пуска по капиталу с учетом полученной оценки функции ϕ_t .

Производственная функция представляется в виде:

$$y_{it} = \beta_l l_{it} + \beta_m m_{it} + \beta_k k_{it} + w_{it} + u_{it}^q$$

$$y_{it} - \beta_l l_{it} - \beta_m m_{it} = \beta_k k_{it} + g(w_{i,t-1}) + \xi_{it} + u_{it}^q$$

или

$$y_{it} - \beta_l l_{it} - \beta_m m_{it} = \beta_k k_{it} + g(\hat{\phi}_{i,t-1} - \beta_0 - \beta_k k_{i,t-1}) + \xi_{it} + u_{it}^q.$$

Последнее уравнение оценивается в зависимости от вида функции g : если она линейна, применяется обычный МНК, если полиномиальна – нелинейный МНК, и непараметрические методы. Полученные значения эластичности выпуска по капиталу будут обладать требуемыми статистическими свойствами. Стандартные ошибки определяются бутстрапированием.

Существует также подход Levinsohn-Petrin, позволяющий преодолеть проблему смещения оценок производственной функции. Основное отличие данного подхода от подхода Olley-Pake заключается в использовании показателей затрат материалов в качестве фактора, позволяющего учесть ненаблюдаемую продуктивность. Если в методе Olley-Pake эластичность выпуска по затратам материала определяется на первой стадии двухшаговой процедуры, то метод Levinsohn-Petrin предполагает ее оценку

на втором этапе при сохранении в целом алгоритма Olley-Pake.

Современные практические подходы к исследованию совокупной факторной производительности представлены в работе Ilke Van Beveren (2012) [11]. К ним относится применение также обобщенного метода моментов, полупараметрического оценивания, алгоритма Akerberg-Frazer-Caves, алгоритма Wooldridge, алгоритма Katayama-Lu-Tybout для оценивания производственных функций и сопоставления полученных результатов для получения оценок совокупной факторной производительности.

Полученные на основе указанных методов оценки эластичностей затрат факторов производства могут быть использованы в соответствии с уравнением (3) для расчета динамики совокупной факторной производительности фирм для каждого года рассматриваемого пе-

риода. Затем, на основе полученных данных о СФП осуществляется агрегирование на уро-

вень сектора или отрасли по формуле средневзвешенной СФП:

$$\hat{P}_{jt} = \sum_{i=1}^{N_t} s_{it} \hat{\Omega}_{it},$$

где s_{it} – вес отдельной фирмы, определяемый как $\frac{s_{it}}{\sum_i s_{it}}$, S – количество занятых.

Указанные подходы нашли широкое применение в эмпирической оценке производственных функций по панельным данным.

Литература

- 1 Nelson R.R. and S.G. Winter. An Evolutionary Theory of Economic Change. Cambridge University Press, 1990.
- 2 Nakamura R. (1985). Agglomeration economies in urban manufacturing. Journal of Urban Economics 17. – P. 108-124.
- 3 Henderson J.V. (1986). Efficiency of resource usage and city size, Journal of Urban Economics 18. – P. 47-70.
- 4 Moomaw, Ronald L. and Martin Williams (1991). Total factor productivity growth in manufacturing: further evidence from the states. Journal of Regional Science 31. – P. 17-34.
- 5 Henderson J.V. (2003). Marshall's scale economies. Journal of Urban Economics 53 – P. 1-28.
- 6 Olley S.G., Pakes A. (1996). The dynamics of productivity in the telecommunications equipment industry. Econometrica 64. – P.1263-1297.
- 7 Levinsohn J., Petrin A. (2003). Estimating production functions using inputs to control for unobservable. Review of Economics Studies 70. – P. 317-341.
- 8 DeLoecker J (2007). Product differentiation, multi-product firms and estimating the impact of trade liberalization on productivity. National Bureau of Economic Research, Working Paper Series 13155.
- 9 Zvi Griliches, Jacques Mairesse (1995). Production functions: the search for identification. NBER, Working paper No 5067.
- 10 Akerberg, D.A., C.L. Benkard, S. Berry, A.Pakes (2007). Econometric tools for analyzing market outcomes. Handbook of Econometrics. – Vol. 6(1). – P. 4171-4276. – Amsterdam: North-Holland.
- 11 Ilke Van Beveren (2012). Total factor productivity estimation: a practical review. Journal of Economic Surveys. – Vol. 26. – No 1. – P. 98-128.

Опечатка: В Вестнике 1 (107) 2015, Серия Экономическая на стр. 130 в статье Бордоусова О.В., Жоламановой М.А. «Моделирование межрегиональной миграции Казахстана» формулу (3) следует читать:

$$M_{i,j,t} = \beta_0 + \beta_1 Hpop_{i,t-1} + \beta_2 Gpop_{j,t-1} + \beta_3 dist_{i,j} + \beta_4 Hunr_{i,t-1} + \beta_5 Gunr_{j,t-1} + \beta_6 Hgdp_{i,t-1} + \beta_7 Ggdp_{j,t-1} + \beta_8 2000_t + \dots + \beta_{20} 2012_t + f_i + \mu_{i,j,t},$$